

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ДИСПЕРСНОЙ СРЕДЫ В НЕДОРАСШИРЕННОЙ СТРУЕ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ

### АННОТАЦИЯ

Разработаны математические модели движения частиц в газовом потоке для моно- и полидисперсного потока частиц. Получены зависимости энергетических характеристик недорасширенной сверхзвуковой двухфазной струи от параметров генератора сверхзвуковых струй и частиц. Проведено исследование влияния параметров на оптимум кинетической энергии частиц.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время широко применяются такие струйные технологии, как нанесение покрытий сверхзвуковой струей продуктов сгорания, струйно-абразивная обработка и резка материалов [1]. Эффективность таких процессов зависит как от импульсных, так и энергетических характеристик твердых частиц, транспортируемых газовым потоком продуктов сгорания. Поэтому расчетная оценка скорости (импульса, кинетической энергии) на всех этапах разработки струйных технологий способствует поиску оптимальных решений.

### 2. ДВИЖЕНИЕ МОНОДИСПЕРСНОЙ СРЕДЫ В ГАЗОВОМ ПОТОКЕ

#### 2.1. Постановка задачи

Рассмотрим поток сферических частиц, движущийся со скоростью  $w_i$  в потоке продуктов сгорания, скорость которого  $w_\alpha$ . Известны параметры частиц: диаметр  $d_i$ , плотность вещества  $\rho_i$ , расход  $\dot{m}_n$ , также известны все термодинамические параметры потока продуктов сгорания: вязкость  $\eta_\alpha$ , давление  $p_\alpha$ , температура  $T_\alpha$ , плотность  $\rho_\alpha$ , расход  $\dot{m}_\alpha$ . В результате взаимодействия частиц с газовым потоком происходит обмен импульсом и соответствующее изменение скоростей.

#### 2.2. Математическая модель

Уравнение движения частиц можно записать, используя закон сохранения импульса и второй закон Ньютона

$$\dot{m}_\alpha \cdot \bar{w}_\alpha + \sum_{i=1}^N \dot{m}_i \cdot \bar{w}_i = \text{const}; \bar{P}_i = m_i \cdot \frac{d\bar{w}_i}{d\tau}, \quad (1)$$

где  $\bar{P}_i$  - сила, действующая на частицы со стороны потока продуктов сгорания.

В дальнейшем при рассмотрении воздействия газового потока на частицы будем учитывать лишь

аэродинамическую силу, так как действие остальных сил пренебрежимо мало. Величина аэродинамической силы определяется скоростью частицы относительно потока продуктов сгорания [2]:

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \cdot c_i \cdot f_m \cdot \rho_\alpha \cdot (\bar{w}_\alpha - \bar{w}_i) \cdot |\bar{w}_\alpha - \bar{w}_i|, \quad (2)$$

где  $f_m$  - площадь поперечного сечения частицы,  $c_i = f(\text{Re}_{\text{отн}})$  - коэффициент сопротивления частицы, являющийся функцией числа Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{|\bar{w}_\alpha - \bar{w}_i| \cdot d_i \cdot \rho_\alpha}{\eta_\alpha}.$$

Из результатов многочисленных экспериментов со сферическими частицами, в соответствии со значениями коэффициента сопротивления, выделим три диапазона значений числа Рейнольдса [3]:

- 1)  $\text{Re} \geq 500$ , где  $c_i \approx 0,44$ ;
- 2) промежуточный диапазон:  $0,2 \leq \text{Re} \leq 500$ ;
- 3)  $\text{Re} \leq 0,2$ ,  $c_i = \frac{24}{\text{Re}}$  - закон Стокса.

Модифицируя закон Стокса, запишем коэффициент сопротивления в форме, пригодной для всех диапазонов числа Рейнольдса

В этой форме экспериментальные данные [3] для «мелких» частиц с  $\text{Re} \leq 300$  хорошо описываются при  $n_i = 1$ , а  $\psi = f(\text{Re})$ , а для «средних» частиц с  $\text{Re}$  от 30 до 1000 с достаточной точностью можно считать  $n = 0,5$ ,  $\psi = 13$ , т.е.

$$c_i = \frac{\psi_i}{\sqrt{\text{Re}}}. \quad (3)$$

Диапазон «средних» частиц наиболее распространен в струйных технологиях, поэтому в дальнейшем будем использовать коэффициент сопротивления в форме (3).

Рассмотрим одномерную модель движения частиц в газовом потоке, считая, что все частицы имеют одинаковый диаметр, а «загромождением» потока продуктов сгорания дисперсной фазой можно пренебречь, так как  $\rho_i \gg \rho_\alpha$ . При прохождении некоторого расстояния  $dx$  частицей происходит изменение импульса частицы и импульса газового потока.

$$\frac{\dot{m}_n}{\dot{m}_\alpha} = - \frac{dw_\alpha}{dw_i} = \gamma,$$

где  $\gamma$  - так называемый коэффициент запыленности, равный отношению расходов потоков частиц и продуктов сгорания (рис.1).

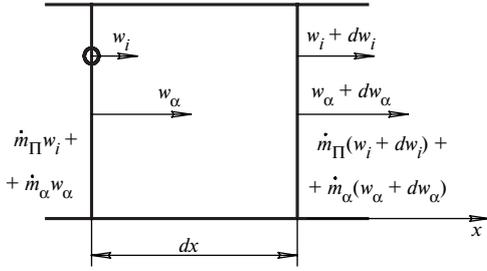


Рис. 1. Схема одномерного движения частиц в потоке продуктов сгорания

Или в интегральной форме

$$\int_{w_{\alpha 0}}^{w_{\alpha}} dw_{\alpha} = -\gamma \int_{w_{i0}}^{w_i} dw_i ;$$

$$w_{\alpha} = w_{\alpha 0} - \gamma(w_i - w_{i0}), \quad (4)$$

где индексом «0» обозначены начальные параметры рабочих тел.

Сопоставляя (1) и (2) с учетом (3) и (4), получаем дифференциальное уравнение движения частицы:

$$\frac{dw_i}{d\tau} = A_1 [w_{\alpha 0} - \gamma \cdot (w_i - w_{i0}) - w_i]^{1,5}, \quad (5)$$

$$\text{где } A_1 = \frac{\xi_1}{d_i^{1,5}}; \xi_1 = \frac{3}{4} \cdot \frac{\psi \cdot \eta_{\alpha}^{0,5} \cdot \rho_{\alpha}^{0,5}}{\rho_i}.$$

Обозначим  $w_{\alpha 0} + \gamma \cdot w_{i0} = K$ , тогда

$$\frac{dw_i}{d\tau} = A_1 \cdot [K - w_i \cdot (\gamma + 1)]^{1,5}. \quad (6)$$

Перепишем (6) в интегральной форме

$$\int_{w_{i1}}^{w_{i2}} \frac{dw_i}{[K - w_i \cdot (\gamma + 1)]^{1,5}} = \int_{\tau_1}^{\tau_2} A_1 d\tau.$$

После проведения ряда и преобразований получим аналитическую зависимость скорости частицы от времени взаимодействия

$$w_{i2} = \frac{K}{\gamma + 1} - \frac{4B^2}{(\gamma + 1) \cdot [A_1 \cdot B \cdot \Delta\tau \cdot (\gamma + 1) + 2]^2}, \quad (7)$$

$$\text{где } B = \sqrt{K - w_{i0} \cdot (\gamma + 1)}.$$

Часто расчет движения частиц нужно вести с момента их ввода в поток продуктов сгорания, т.е.  $w_{i1} = w_{i0}$ , причем, так как  $w_{\alpha 0} \gg w_{i0}$ , в большинстве случаев можно считать, что  $w_{i0} = 0$ . Тогда (7) упрощается

$$w_i = \frac{dx_i}{d\tau} = \frac{w_{\alpha 0}}{\gamma + 1} - \frac{4w_{\alpha 0}}{(\gamma + 1) [A_1 \tau (\gamma + 1) \sqrt{w_{\alpha 0}} + 2]^2}. \quad (8)$$

Интегрируя (8), можно определить положение частицы в зависимости от времени

$$x = \frac{K\tau}{1 + \gamma} - \frac{2B^2\tau}{(1 + \gamma) [A_1 (1 + \gamma) B\tau + 2]}. \quad (9)$$

Сопоставление (8) и (9) позволяет получить в явном виде зависимость скорости частицы от координаты.

### 3. ПОЛИДИСПЕРСНЫЙ ПОТОК ЧАСТИЦ В СТРУЕ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ

Реальный поток частиц может иметь значительное расслоение по фракциям. Так при струйно-абразивной обработке размеры варьируются от  $d_i = 0,9$  мм до пыли, оседающей на крупных частицах. В расчетах для монодисперсного потока в составляющую скорости входит как характерный размер, так и число Рейнольдса в интервале:  $0,2 \geq Re \geq 500$ .

Для приближения модели к реальным условиям, в ряде случаев необходимо учитывать в модели полидисперсность потока частиц.

#### 3.1. Модель с учетом полидисперсности

Разобьем поток частиц на две составляющие, одна из которых будет иметь характерный размер  $d_{i1}$ , вторая -  $d_{i2}$ . Соответственно, в результате получим две скорости:  $w_{i1}$ ,  $w_{i2}$  (рис. 2.)

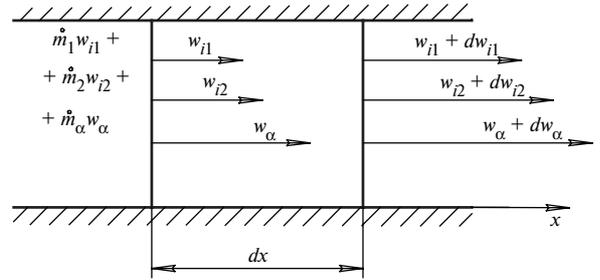


Рис. 2. Схема одномерного движения полидисперсного потока частиц в потоке продуктов сгорания

Обозначая текущие параметры:

$$w_{\alpha} = w_{\alpha 2}, w_{i1} = w_{i1 2}, w_{i2} = w_{i2 2},$$

а начальные:  $w_{\alpha 0} = w_{\alpha 1}; w_{i1 1} = w_{i1 0}; w_{i2 1} = w_{i2 0}$ , и выполнив преобразования аналогично п.2.2, получим:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dw_{i1}}{d\tau} &= A_1 \cdot [K - (\gamma_1 + 1) \cdot w_{i1} - \gamma_2 \cdot w_{i2}]^{1,5} \\ \frac{dw_{i2}}{d\tau} &= A_2 \cdot [K - \gamma_1 \cdot w_{i1} - (\gamma_2 + 1) \cdot w_{i2}]^{1,5}, \end{aligned} \right. \quad (10)$$

где  $K = w_{\alpha 0} - \gamma_1 \cdot w_{i1 0} - \gamma_2 \cdot w_{i2 0}$ .

Подобную систему для двух видов дисперсной фазы можно записать в координатах OX:

$$\left. \begin{aligned} w_{i1} \cdot \frac{dw_{i1}}{dx} &= A_1 \cdot [K - (\gamma_1 + 1) \cdot w_{i1} - \gamma_2 \cdot w_{i2}]^{1,5}, \\ w_{i2} \cdot \frac{dw_{i2}}{dx} &= A_2 \cdot [K - \gamma_1 \cdot w_{i1} - (\gamma_2 + 1) \cdot w_{i2}]^{1,5}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

При рассмотрении потока с множеством диаметров  $d_i$  система примет более сложный вид:

$$\left\{ \begin{aligned} w_{i1} \frac{dw_{i1}}{dx} &= A_1 \left[ K_1 - (\gamma_1 + 1) w_{i1} \dots - \gamma_j w_{ij} \dots - \gamma_k w_{ik} \right]^{1,5}, \\ w_{i2} \frac{dw_{i2}}{dx} &= A_2 \left[ K_2 - \gamma_1 w_{i1} \dots - \gamma_j w_{ij} \dots - \gamma_k w_{ik} \right]^{1,5}, \\ &\dots \\ w_{ij} \frac{dw_{ij}}{dx} &= A_j \left[ K_j - \gamma_1 w_{i1} \dots - (\gamma_j + 1) w_{ij} \dots - \gamma_k w_{ik} \right]^{1,5}, \\ w_{ik} \frac{dw_{ik}}{dx} &= A_k \left[ K_k - \gamma_1 w_{i1} \dots - \gamma_j w_{ij} \dots - (\gamma_k + 1) w_{ik} \right]^{1,5}. \end{aligned} \right. \quad (12)$$

Или в другой форме:

$$\left\{ w_{ij} \cdot \frac{dw_{ij}}{dx} = A_j \cdot \left[ K_j^* - w_{ij} \right]^{1,5} \right\}, \quad (13)$$

где  $\gamma_j = \frac{\dot{m}_{ij}}{\dot{m}_\alpha}$ ,  $\dot{m}_i = \sum_{j=1}^k \dot{m}_{ij}$ ;  $\gamma = \sum_{j=1}^k \gamma_j$ ,

$$A_j = \frac{\xi_{ij}}{d_{ij}^{1,5}}; \xi_{ij} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\Psi \cdot \eta_\alpha^{0,5} \cdot \rho_\alpha^{0,5}}{\rho_{ij}},$$

$$K_j^* = K_j - \sum_{j=1}^k \gamma_j \cdot w_{ij};$$

$$K = w_{\alpha 0} - \sum_{j=0}^k \gamma_j \cdot w_{ij0},$$

т.е.

$$K_j^* = w_{\alpha 0} - \sum_{j=1}^k \gamma_j \cdot (w_{ij} - w_{ij0}). \quad (14)$$

Выражение (13) можно представить в конечных разностях (рис. 3.):

$$w_{\alpha(l+1)} = w_{\alpha l} - \sum_{j=1}^k \gamma_j \cdot (w_{ij(l+1)} - w_{ijl}), \quad (15)$$

где  $\gamma_j = \frac{\dot{m}_{ij}}{\dot{m}_\alpha}$ ;  $w_{ij(l+1)} = w_{ijl} + \Delta w_{ijl}$ .

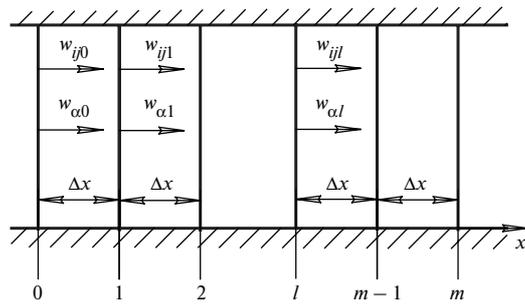


Рис. 3. Схема движения частиц при конечном разбиении

Тогда

$$w_{ijl} \cdot \frac{\Delta w_{ijl}}{\Delta x} = A_j \cdot \left[ K_j^* - w_{ijl} \right]^{1,5}, \quad (16)$$

где

$$K_j^* = w_{\alpha l} - \sum_{j=1}^k \gamma_j \cdot (w_{ij(l-1)} - w_{ijl}). \quad (17)$$

#### 4. ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ К ПОТОКУ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ

Предложенные уравнения определяют зависимость скорости потока частиц  $w_i$  от параметров активного потока, а именно его скорости в месте ввода частиц  $w_{\alpha 0}$ , его вязкости  $\eta_\alpha$  и плотности  $\rho_\alpha$ ; от параметров дисперсной среды: диаметра частиц  $d_i$  и плотности материала частиц  $\rho_i$ ; от коэффициента, связывающего расход дисперсной среды и расход активного потока  $\gamma$ ; от конструктивного параметра – длины разгонного участка  $l$ :

$$w_i = f(w_{\alpha 0}, \eta_\alpha, \rho_\alpha, \gamma, d_i, \rho_i, l). \quad (18)$$

Импульс  $M_i$  и кинетическая энергия  $E_i$  потока частиц зависят, кроме того, от массовой характеристики дисперсной среды – расхода  $\dot{m}_n$ :

$$M_i, E_i = f(w_{\alpha 0}, \eta_\alpha, \rho_\alpha, \gamma, d_i, \rho_i, l, \dot{m}_n). \quad (19)$$

В ряде струйных технологий поток продуктов сгорания организуется генератором сверхзвуковых струй ракетного типа. Ввод частиц производится в минимальном сечении сопла, где реализуется звуковая скорость потока, с последующим разгоном частиц в свободной недорасширенной струе продуктов сгорания.

В этом случае зависимости (18,19) примут вид:

$$w_i = f(\alpha, p_K, K_{mCT}, \gamma, d_i, \rho_i, l), \quad (20)$$

$$M_i, E_i = f(\alpha, p_K, K_{mCT}, \gamma, d_i, \rho_i, l, \dot{m}_n). \quad (21)$$

В этих выражениях отражается влияние режимных параметров ГСС (коэффициент избытка окислителя  $\alpha$ , давление в камере сгорания  $p_K$ ) и системы подачи частиц ( $\dot{m}_n$ ), вид топлива ( $K_{mCT}$ ) и физико-механических свойств дисперсной фазы ( $d_i, \rho_i$ ), а также конструктивного параметра  $l$ .

##### 4.1. Расчет кинетической энергии частиц

При расчете конкретных установок, работающих на этом принципе, выбор длины разгонного участка определен конструктивным решением. С увеличением длины разгонного участка возрастает скорость, импульс и кинетическая энергия частиц, при одновременном торможении потока продуктов сгорания (рис. 4.)

Расчет выполнен для топлива пропан-воздух при  $\alpha = 1,5$ ;  $p_K = 3,5$  атм. Параметры дисперсной среды:  $\dot{m}_n = 25$  г/с;  $w_{i0} = 0$ ;  $\rho_i = 2300$  кг/м<sup>3</sup>;  $d_i = 0,6$  мм;  $\gamma = 2,2$ .

Изменение коэффициента избытка окислителя приводит к изменению скорости потока продуктов сгорания  $w_{\alpha 0}$ , но при постоянном диаметре минимального сечения сопла и постоянном расходе топлива  $\dot{m}_\alpha$  максимальное значение всех параметров эффективности достигается при  $\alpha = 1,0$ .

$w_i, \text{ м/с}$   
 $E_i, \text{ кгм}^2/\text{с}^3$

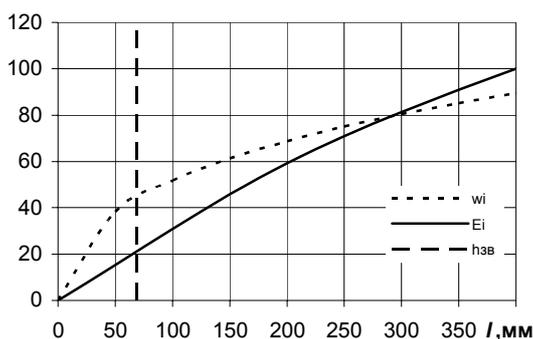


Рис. 4. Зависимости скорости и кинетической энергии частиц от расстояния

$E_i, \text{ кгм}^2/\text{с}^3$

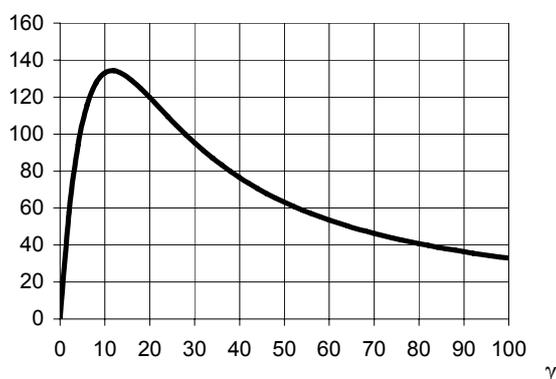


Рис. 5. Зависимость кинетической энергии частиц  $\text{SiO}_2$  от коэффициента запыленности

В устройствах для струйных технологий распространено использование «бедных» смесей ( $\alpha \geq 1,0$ ) из экономических соображений и обеспечения надежности и теплового состояния конструкции. Поэтому все последующие расчеты ведутся для  $\alpha = 1,5$ .

Коэффициент запыленности  $\gamma$  при постоянном  $\dot{m}_\alpha$  определяет величину  $\dot{m}_n$ . Причем при  $\gamma = 0$  решение для потока частиц соответствует решению одиночной частицы [4]. С ростом  $\gamma$  скорость частиц  $w_i$  уменьшается, а импульс растет. Это приводит к появлению максимума энергии дисперсной среды

при некотором коэффициенте запыленности  $\gamma_{opt}$  (рис.5).

Величина  $\gamma_{opt}$  не зависит от  $\alpha$  в диапазоне 0,5...1,5. Но с ростом  $p_K$  коэффициент  $\gamma_{opt}$  уменьшается при общем росте энергетики, а с ростом  $d_i$  коэффициент  $\gamma_{opt}$  увеличивается при падении энергетики дисперсной среды.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе полученных зависимостей разработана математическая модель движения твердых частиц в потоке продуктов сгорания. Данная модель может применяться для исследования влияния параметров потока и частиц на импульсные характеристики частиц.

## СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

ГСС – генератор сверхзвуковых струй продуктов сгорания;  
 $\dot{m}$  - массовый расход, кг/с;  
 $w$  - скорость, м/с;  
 $\alpha$  - коэффициент избытка воздуха;  
 $\gamma$  - коэффициент запыленности;  
 $M$  - импульс, кг·м/с;

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Первышин А.Н.** Проблемы и перспективы развития двигателестроения в поволжском регионе / Тр. Междунар. науч.-техн. конф. 17-18 сентября 1997 г. // Энергетика струйных технологий. Самара: СГАУ, 1997. Вып.1. 4 с.
2. **Венедиктов В.Д.** Турбины и реактивные сопла на двухфазных потоках. М.: Машиностроение, 1969. 195с.
3. **Стернин Л.Е., Шрайбер А.А.** Многофазные течения газа с частицами. М.: Машиностроение, 1994. 320 с.
4. **Жукова Л.Ю., Первышин А.Н., Ткаченко А.Ю.** Проблемы и перспективы развития двигателестроения в поволжском регионе / Тр. Междунар. науч.-техн. конф. 26-27 июня 2003 г. // К вопросу о скорости движения твердой частицы в газовом потоке. Самара: СГАУ, 2003. Вып.2. 2 с.