УДК 519. 63: 622 + 532

А.А. Чермошенцева

Камчатский государственный технический университет, Россия

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ ПАРОВОДЯНОЙ СМЕСИ В ДОБЫЧНОЙ ГЕОТЕРМАЛЬНОЙ СКВАЖИНЕ

АННОТАЦИЯ

Представлена математическая модель течения теплоносителя в добычной геотермальной скважине с учетом различных режимов течения для двухфазных участков. Тепловые потери в массив окружающих пород определяются по величине двумерного теплового потока. При этом решается двумерная задача теплопроводности в цилиндрических координатах с учетом геометрии скважины. Хорошее согласование расчетных данных с натурным экспериментом позволяет использовать разработанную модель для расчета и прогноза изменения эксплуатационных параметров пароводяных геотермальных скважин.

1. ВВЕДЕНИЕ

Геотермальная энергетика является одним из перспективных направлений в решении энергетических проблем, весьма обострившихся в последнее время. Усиление экологических требований, экономическая целесообразность, ограниченность запасов традиционных видов топлива приводят к необходимости рационального освоения глубинного тепла Земли. Это наиболее актуально для удаленных районов, обладающих соответствующей ресурсной базой. Так, на Камчатке остро ощущается дефицит привозного топлива, в то время как регион имеет огромный энергетический потенциал, заключенный в геотермальных месторождениях. Поэтому научные работы, связанные с совершенствованием технологий добычи, транспортировки и утилизации геотермальных теплоносителей, а также с освоением новых месторождений со специфическими характеристиками теплоносителей, являются крайне важными.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ В ГЕОТЕРМАЛЬНОЙ СКВАЖИНЕ

2.1 Основные уравнения и зависимости разработанной модели

Основные уравнения. При проектировании разработки месторождения требуется надежный прогноз изменения параметров на устье скважин в процессе эксплуатации, в связи с чем моделирование пароводяных потоков является ключевой задачей разведки и разработки геотермальных месторождений. Основными исходными параметрами выступают давление и энтальпия на забое и массовый расход смеси. Основная расчетная характеристика – это градиент давления, позволяющий в итоге определить устьевое давление.

Движение пароводяной смеси описывается уравнениями неразрывности, выражающими закон сохранения массы, движения (закон сохранения импульса) и энергии (закон сохранения энергии). Общий вид этих уравнений определяется методом описания, а также зависит от принятых допущений, позволяющих их упростить. При моделировании течения в скважине обычно принимают условие стационарности. Это позволяет пренебречь частными производными по времени в основных уравнениях.

В разработанной модели [1, 2] использовался интегральный подход, было принято условие квазистационарности, рассматривающей фактически стационарную модель, но допускающей сравнительно медленные изменения параметров во времени, связанные с процессом теплообмена скважины с окружающими горными породами. При этом использовалась следующая система дифференциальных уравнений:

$$\begin{gathered}\frac{dG}{dz}=0,\\ -\frac{dP}{dz}=\rho g+\frac{2\tau_0}{R}+\rho v\frac{dv}{dz},\\ -dh=v\cdot dv+g\cdot dz+dQ.\end{gathered}\tag{1}$$

Здесь во втором уравнении (движения) первое слагаемое в правой части обусловлено действием силы тяжести, второе – силой трения, третье – ускорением. В третьем уравнении (энергии) в правой части первое слагаемое определяет изменение кинетической энергии, второе – изменение потенциальной энергии и третье – тепловые потери в окружающие породы.

Для получения параметров, входящих в дифференциальные уравнения (1), определяются основные термодинамические характеристики для воды и пара, рассчитываемые по уравнениям состояния для чистой воды и водяного пара на линии насыщения [3]. Эти зависимости справедливы для давлений 0.02–110 бар, что полностью охватывает диапазон давлений для пароводяных геотермальных скважин.

Поскольку теплоноситель в геотермальной скважине может находиться в трех состояниях: водяном, пароводяном и паровом, необходимо учесть состояние теплоносителя для применения соответствующих зависимостей.

По значению массового расходного паросодержания x:

$$x=\frac{h-h'}{h''-h'}\tag{2}$$

определяется состояние теплоносителя.

Однофазный теплоноситель. Если $x \le 0$, то имеет место чисто водяное течение. Тогда принимают

$x = 0$, и температура T, и плотность теплоносителя (воды) ρ'вычисляются по формулам:

$$T = \frac{h}{4200} \text{ и } \rho'=961 - 0.8\cdot(T-100). \quad (3)$$

Если же в формуле (2) $x \geq 1$, то имеет место чисто паровое течение, тогда в расчетах полагают $x = 1$ и температура теплоносителя определяется зависимостью

$$T = T_1 + \frac{h-h''}{2200}, \quad (4)$$

где T_1 – температура, соответствующая линии насыщения для заданного давления.

При этом плотность пара можно определить по формуле Линде для перегретого пара [4]:

$$\rho'' = \frac{P}{465(273+T) - 0.016P}. \quad (5)$$

При однофазном течении касательное напряжение вычисляется по формуле Дарси-Вейсбаха:

$$\tau_0 = \frac{\xi\rho v^2}{8}. \quad (6)$$

Или, выражая скорость через расход $v = \dfrac{G}{\rho\pi R^2}$ и подставляя в (6), получаем $\tau_0 = \dfrac{\xi G^2}{8\rho(\pi R^2)^2}$.

Коэффициент трения ξ, определяется по формуле Шифринсона, пригодной для больших чисел Рейнольдса [5]:

$$\xi = 0.11\cdot\left(\frac{\Delta}{D}\right)^{0.25}. \quad (7)$$

Двухфазный теплоноситель. Если в (2) $0< x <1$, то теплоноситель находится в двухфазном состоянии. В геотермальных скважинах при расчете пароводяных течений рассматривают различные режимы совместного движения воды и пара, отличающиеся по характеру движения каждой из фаз, по структуре смеси, по типам распределения поверхности раздела и пр. Широкий диапазон паросодержаний предполагает возможность наличия всех основных структур газожидкостного течения в одной скважине [5-7]. Для каждой структуры течения требуется свой метод расчета, важны также критерии существования структуры течения.

Разработанная модель допускает существование двух режимов течения, которые можно охарактеризовать как режимы с малым и большим паросодержанием. Первый режим объединяет в себе пузырьковое и снарядное течение, а второй – эмульсионное и дисперсно-кольцевое. В качестве критерия перехода от первого режима ко второму применим соотношение, предложенное Ташимори в [6] для перехода от снарядного к дисперсно-кольцевому течению: $\varphi \geq 0.6$, если $x < 0.3$, и $\varphi \geq 0.75$, если $x\geq 0.3$.

Для первого режима течения истинное объемное паросодержание определяется соотношением

$$\varphi = \frac{w''}{v''}. \quad (8)$$

При этом приведенная скорость пара

$$w'' = \frac{G''}{\rho''\pi R^2}, \quad (9)$$

где $G'' = G\cdot x$ – массовый расход пара, а истинная скорость движения паровой фазы v'' в (8) определяется соотношением [4]

$$v'' = 1.2\,(w'' + w') + v_s, \quad (10)$$

где $w' = \dfrac{G'}{\rho'\pi R^2}$ и $v_s = 0.35\sqrt{gD}$.

Для определения истинного объемного паросодержания второго режима течения (с большим паросодержанием) необходим учет скольжения (отношение скорости пара v'' к скорости воды v'):

$$\varphi = \left[1 + s\cdot\frac{\rho''}{\rho'}\cdot\frac{1-x}{x}\right]^{-1}. \quad (11)$$

Коэффициент скольжения определяется зависимостью Миропольского [8], получившей наибольшее распространение в отечественной практике:

$$s = 1 + \frac{13.5\left(1 - P/P_к\right)}{\mathrm{Fr}_0^{\frac{5}{12}}\,\mathrm{Re}_0^{\frac{1}{6}}}, \quad (12)$$

где $\mathrm{Fr}_0 = \dfrac{w_0^2}{gD}$, $\mathrm{Re}_0 = \dfrac{w_0 D\rho'}{\mu'}$ и $w_0 = \dfrac{G}{\rho'\pi R^2}$ – скорость при течении в том же канале воды с массовым расходом, равным расходу пароводяной смеси.

Для определения касательного напряжения учитывается истинное объемное паросодержание каждой фазы:

$$\tau_0 = \frac{\xi\rho' v'^2}{8}(1-\varphi) + \frac{\xi\rho'' v''^2}{8}\varphi. \quad (13)$$

Плотность двухфазного теплоносителя

$$\rho = \rho'\,(1-\varphi) + \rho''\,\varphi. \quad (14)$$

Истинные скорости воды и пара определяются соотношениями: $v' = \dfrac{G'}{\rho'\pi R^2(1-\varphi)}$ и $v'' = \dfrac{G''}{\rho''\pi R^2\varphi}$.

Тепловые потери в массив горных пород. При решении уравнения энергии необходимо учитывать теплообмен с окружающей средой, оказывающий влияние на термодинамические параметры по стволу скважины [10-12]. Особую важность это имеет при решении задач определения забойных параметров, т.к. в этом случае имеет место небольшая продолжительность работы скважины и окружающие ствол скважины горные породы еще не прогреты.

Общие подходы к решению этой задачи описаны в [13-15]. Однако имеющиеся математические модели теплообмена в системе скважина-резервуар учитывают тепловые потери в окружающий горный массив только в радиальном направлении. В разработанной модели рассматривается двумерный теплообмен скважины с окружающей породой. Для цилиндрической стенки радиальная составляющая плотности теплового потока q_r через любую изотермическую поверхность зависит от радиуса и через единицу внутренней поверхности определяется по формуле [13]

$$q_r = \frac{2\lambda \dfrac{\partial T}{\partial r}}{d_1 \cdot \ln \dfrac{d_2}{d_1}}. \qquad (15)$$

Вертикальная составляющая плотности теплового потока

$$q_v = \frac{\lambda \dfrac{\partial T}{\partial z}}{dz}. \qquad (16)$$

Уравнение теплопроводности. Для нахождения температурного поля в массиве окружающих горных пород с учетом геометрии скважины и в предположении осесимметричного распределения температур в ее стволе рассматривается двумерное уравнение теплопроводности для нестационарного случая, когда система не содержит внутренних источников теплоты:

$$\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 \mathrm{T}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \mathrm{T}}{\partial z^2}\right). \qquad (17)$$

Для решения дифференциального уравнения с частными производными (17) в разработанной модели рассматриваются граничные условия первого рода, т.е. задается температура на границе интегрируемой области. Начальное распределение температур в массиве горных пород полагается линейным в зависимости от глубины. Температура в скважине в каждый момент времени определяется по уравнениям состояния [3]. Температуру в массиве определяют три индекса $T_{m,n}^{k}$, где m и n – индексы координат (r и z соответственно), а k – индекс времени. Численное решение уравнения теплопроводности приводит к расчетному соотношению, где температура в конкретной точке в момент времени (k+1) зависит от температуры в этой и соседних точках в момент времени k.

При реализации явной разностной схемы необходимо использование полученного критерия устойчивости решения по части выбора шагов интегрирования:

$$2a\delta_\tau \le \left[\frac{1}{\delta_r^2} + \frac{1}{\delta_z^2} + \frac{1}{4r\delta_r}\right]^{-1}. \qquad (18)$$

2.2. Реализация модели

При реализации разработанной модели скважина разбивается на интервалы с шагом δ_z =1м. Это дает хорошие результаты при решении гидравлической задачи. Полученные значения перепадов давления при шаге 0.1м и 1м отличаются на 2%. Кроме того, такой шаг позволяет получить разумные размеры массива [1] для построения разностной сетки при решении уравнения теплопроводности в рамках тепловой задачи. Выбор шага в радиальном направлении δ_r и шага по времени δ_τ осуществляется в соответствии с полученным критерием (18).

Начало каждого интервала отождествляется с узловой точкой, для которой по входным данным определяются градиенты давления и изменение энтальпии в узловой точке первого интервала. Найденные значения градиентов предполагаются постоянными на всем шаге, и по ним определяются давление и энтальпия в следующей узловой точке. Для учета тепловых потерь в массив горных пород определяется двумерный тепловой поток.

Процедуры определения градиентов в узловой точке и переход к следующему узлу повторяются до достижения другого конца скважины. При этом следует отметить, что градиент давления, вызванный ускорением, и изменение кинетической энергии в узловой точке определяются по разности скоростей в текущем и предыдущем узлах.

Для проверки качества разработанной модели необходимо сопоставление результатов расчета с экспериментальными или теоретическими данными. Воспользуемся данными, приведенными в работе [9] С.К. Гарга и др., сравнивая расчетные данные с представленными профилями давлений по скважине А-4 и скважине малого диаметра SNLG87-29.

Скважина малого диаметра SNLG87-29 имеет телескопическую конструкцию. Смена внутреннего диаметра скважины требует учета перепада давления на местные сопротивления, при этом рекомендуется использовать зависимость Роми:

$$\Delta P_{\text{м}} = \left(\frac{G}{\pi R^2}\right)^2 \cdot \frac{R^2}{R_1^2}\cdot\frac{1}{\rho'}\cdot\left(1-\frac{R^2}{R_1^2}\right)\cdot\left(\frac{x^2\rho'}{\varphi\rho''} + \frac{(1-x)^2}{1-\varphi}\right),$$

где R_1 – радиус после расширения.

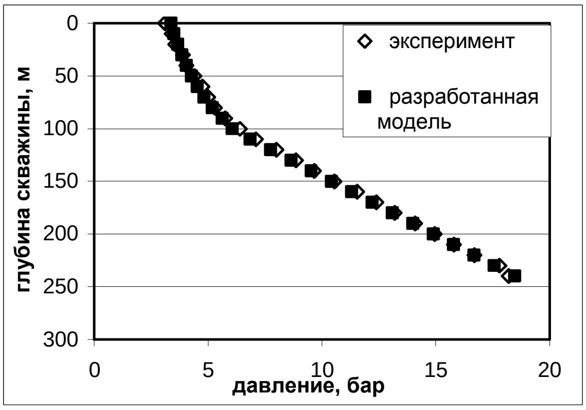

Рис.1. Расчетный и экспериментальный профили давлений в скважине SNLG87-29

Скважина А-4 также имеет телескопическую конструкцию, но с наклоном нижней части, поэтому в уравнениях (1) слагаемое, описывающее потери давления на преодоление силы тяжести, будет иметь вид

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_g = \rho \cdot g \cdot \cos\theta, \qquad (19)$$

где θ – угол отклонения скважины от вертикали.

Кроме того, в [8] рекомендуется для наклонных труб коэффициент скольжения s в формуле (12) умножать на величину k_θ, равную

$$k_\theta = 1 + \left(1 - 5\cdot 10^{-6}\cdot \mathrm{Re}\right)\cdot\left(1 - \frac{90-\theta}{90}\right). \qquad (20)$$

Сопоставления рассчитанных по модели данных с экспериментальными представлены на рис. 1 и 2. Погрешность по скважине SNLG87-29 составляет около 3% и по А-4 – менее 7%.

Погрешность расчетных и экспериментальных данных по скважине А-4 выше, чем по SNLG87-29, что объясняется, по всей видимости, наклоном нижней части скважины А-4. Хотя соотношения (19) и (20) учитывают угол отклонения скважины от вертикали, температурное поле для определения тепловых потерь в массив горных пород рассчитывается для вертикального канала.

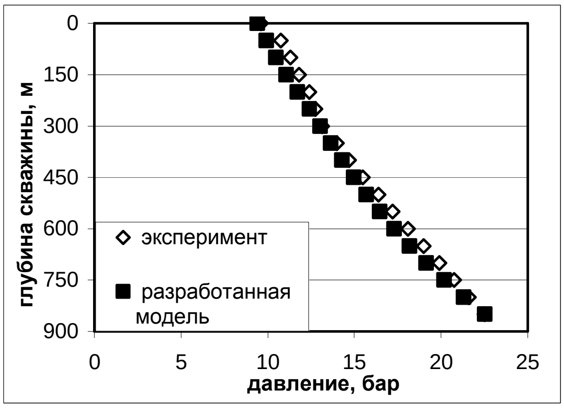

Рис. 2. Расчетный и экспериментальный профили давлений в скважине А-4

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, разработанная модель [1, 2], описывающая динамику теплоносителя в геотермальной скважине с учетом двумерного теплообмена с массивом горных пород, дает вполне приемлемые результаты и может быть использована для расчета эксплуатационных параметров пароводяных геотермальных скважин и прогноза их изменений с течением времени.

Представленная модель была использована при проектировании систем транспорта пароводяной смеси скважин 013, 017, 037, 053 и оценке изменения производительности скважины А-2 Мутновского геотермального месторождения (Камчатка).

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

$a=\lambda/(c\rho)$ – коэффициент температуропроводности, м^2/с;
c – удельная теплоемкость, Дж/(град·кг);
D – диаметр скважины, м (R – радиус скважины, м);
d_1 и d_2 – внутренний и внешний диаметры цилиндрической стенки, м;
G – массовый расход теплоносителя, кг/с;
g – ускорение свободного падения, м/с^2;
h – удельная энтальпия теплоносителя, Дж/кг;
P –давление, Па; $P_{кр}$– критическое давление, Па;
q – плотности теплового потока, (Дж·кг)/м^2;
s– коэффициент скольжения;
T – температура теплоносителя, °С;
v – скорость теплоносителя, м/с;
v_s – относительная скорость всплытия газового снаряда в вертикальной трубе, м/с;
w – приведенная скорость, м/с;
x – массовое расходное паросодержание;
Fr_0 и Re_0 – приведенные числа Фруда и Рейнольдса соответственно;
$\left(\frac{dP}{dz}\right)$ – общий градиент давления, Па/м;
Δ – абсолютная шероховатость стенок скважины, м;
δ_r – шаг интегрирования в радиальном направлении, м;
δ_z – шаг интегрирования в вертикальном направлении, м;
δ_τ – шаг интегрирования по времени, с;
λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·град)
ξ – коэффициент трения;
ρ – плотность теплоносителя, кг/м^3;
τ – время, с;
τ_0– касательное напряжение на стенках скважины, Па;
φ – истинное объемное паросодержание;
$'$ – относящийся к воде;
$''$ – относящийся к пару.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Чермошенцева А.А**. Теплообмен пароводяного потока в геотермальной скважине с окружающими горными породами // Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках. М.: Изд-во МЭИ, 2005.
2. **Инвентарный** номер ВНТИЦ 50200501310. Модель течения теплоносителя в геотермальной скважине / А.А. Чермошенцева. 2005.
3. **Ривкин С.Л., Кременевская Е.А**. Уравнения состояния воды и водяного пара для машинных расчетов процессов и оборудования электростанций // Теплоэнергетика. 1977. № 3. С 69-73.
4. **Хьюитт Дж., Холл-Тейлор Н**. Кольцевые двухфазные течения. М.: Энергия, 1974. 408с.
5. **Теоретические** основы теплотехники. Теплотехнический эксперимент: Справочник / Под ред. В.А. Григорьева и В.М. Зорина. М.: Энергоатомиздат, 1988. 560с.
6. **Tachimori M.** A numerical simulation model for vertical flow in geothermal wells // Proceedings 8-th Workshop Geothermal Reservoir Engineering, Stanford, California, USA, 1982. P.155–160.
7. **Кутателадзе С.С., Накоряков В.Е**. Тепломассообмен и волны в газожидкостных системах. Новосибирск: Наука, 1984. 301с.
8. **Кутепов Ф.М., Стерман Л.С., Стюшин Н.Г.** Гидродинамика и теплообмен при парообразовании. М.: Высшая школа, 1986. 448с.
9. **Garg S.K., Pritchett J.W., Alexander J.H**. A new liquid hold-up correlation for geothermal wells // Geothermics. 2004. № 33. P.795–817.
10. **Шулюпин А.Н**. Пароводяные течения на геотермальных промыслах. Петропавловск-Камчатский: КамчатГТУ, 2004. 149с.
11**. Palacio A**. Effect of heat transfer on the performance of geothermal wells // Geothermics. 1990. Vol. 19. № 4. P.311–328.
12. **Palacio–Perez A**. A computer code for determining the flow characteristics in a geothermal well // Proceedings of the international conference on numerical methods of thermal problems. Swansen, 1985. Part 2. P. 922-933.
13. **Исаченко В.П., Осипова В.А. Сукомел А.С.** Теплопередача. М.: Энергоиздат, 1981. 416с.
14. **Чекалюк Э.Б**. Термодинамика нефтяного пласта. М.: Недра, 1965. 238с.
15. **Toliva E.** Flow in geothermal wells (An analitical study) // Geothermics. 1972. V.1. N. 4. P.141-145.