

## МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОЛИДИСПЕРСНЫХ ТРАНСЗВУКОВЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ С ФАЗОВЫМИ ПЕРЕХОДАМИ

### АННОТАЦИЯ

Целью настоящей работы является представление методов для моделирования эволюции распределения капель по размерам в результате совместно протекающих процессов нуклеации (спонтанной конденсации), гетерогенной конденсации/испарения и коагуляции. Приводятся результаты расчетов по представленным моделям с сопоставлением с экспериментальными данными.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Двухфазные полидисперсные паро-капельные течения встречаются во многих природных и промышленных условиях, в частности, в паровых турбинах ТЭС и АЭС и др. Ключевым моментом в моделировании таких течений является расчет распределения капель по размерам вследствие фазовых переходов, коагуляции, дробления и других процессов с учетом турбулентности. Турбулентность не только оказывает существенное влияние на процессы трения и теплообмена в пограничных слоях вблизи стенок (в частности, на возможный отрыв потока), но может также играть значительную роль в формировании скачка спонтанной конденсации при трансзвуковом течении переохлажденного пара в соплах, турбинных решетках и др.

Эволюция спектра капель во времени и в пространстве описывается кинетическим уравнением для функции плотности вероятности (ФПВ) распределения по размерам (массам). Непосредственное решение кинетического уравнения в фазовом пространстве, по-видимому, имеет смысл только для относительно простых модельных задач с целью апробации приближенных методов, разрабатываемых для расчета гидродинамически сложных течений. В настоящей работе для моделирования эволюции спектра капель по размерам привлекаются три разных метода. Все три метода описания полидисперсности (распределения капель по размерам) органично сочетаются с эйлеровым континуальным моделированием движения и тепломассопереноса двухфазной среды. Первый метод (метод моментов) основан на использовании уравнений для моментов ФПВ [1,2]. Этот метод требует относительно небольших вычислительных затрат, поскольку вовлекает в расчеты только уравнения для нескольких первых моментов (в данной статье привлекаются уравнения для четырех моментов). В то же время область применения первого метода ограничена случаем очень мелких капель, скорости и температуры которых незначительно отличаются от соответствующих характеристик газовой фазы.

Второй подход к описанию полидисперсных течений (метод фракций) [3] основан на разделении спектра капель на ряд фракций с фиксированными границами и предположении о возможности обмена каплями между разными фракциями в результате фазовых переходов, коагуляции, фрагментации и т.д. В рамках этого метода ФПВ аппроксимируется кусочно-равновероятным распределением, и таким образом задача описания спектра капель сводится к решению уравнений для массовых концентраций отдельных фракций. Метод фракций является существенно более универсальным по сравнению с методом моментов, т.к. может использоваться для построения многоскоростного и многотемпературного континуального описания полидисперсной среды. Однако в случае моделирования течений со спонтанной конденсацией или при существенной роли коагуляции необходимо введение очень большого числа фракций для корректного моделирования формирования и роста капель. Поэтому для таких течений метод фракций становится слишком громоздким, поскольку требует оперирования с несколькими десятками (а то и сотнями) фракций. По существу аналогичные выводы делаются в [5] по отношению к лагранжеву методу групп (фракций) применительно к расчету течений влажного пара со спонтанной конденсацией, а также в [6,7] по отношению к сеточному методу (который является идентичным с методом фракций) применительно к расчету коагулирующих систем при больших промежутках времени. В работе [17] был предложен новый метод моделирования эволюции спектра капель, базирующийся на аппроксимации непрерывного распределения в виде суммы  $\delta$ -функций (метод  $\delta$ -аппроксимации). Следует отметить, что обычно аппроксимация непрерывного спектра  $\delta$ -функциями, т.е. представление полидисперсной системы капель в виде суммы монодисперсных групп, используется в рамках лагранжева подхода, когда уравнения движения и тепломассопереноса для дисперсной фазы интегрируются вдоль отдельных траекторий частиц. Представленные здесь методы описания эволюции спектра капель по размерам приспособлены к эйлерову континуальному подходу к моделированию двухфазных течений и легко могут быть имплементированы в промышленные и коммерческие комплексы программ (так называемые CFD коды).

В настоящей работе предлагается подход к моделированию двухфазных (парокапельных) течений, основанный на комбинации всех трех выше-

описанных методов. Причем метод моментов используется для описания капель, образующихся в результате спонтанной конденсации, метод фракций – для моделирования начальной влаги, и метод  $\delta$ -аппроксимации – для моделирования начальной влаги с учетом коагуляции капель.

## 2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В настоящей работе рассматривается однокомпонентная однотемпературная модель двухфазной среды. В этом случае уравнения сохранения массы, импульса, полной энергии и энергии турбулентности и ее диссипации могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} & W_t + F_1(W)_x + F_2(W)_y + F_3(W)_z = \\ & = Q_1(W)_x + Q_2(W)_y + Q_3(W)_z + \\ & + R_1(W)_x + R_2(W)_y + R_3(W)_z + \\ & + \Omega(W) + J(W), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $W = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, E, \rho k, \varepsilon, \rho Z, \rho L, \rho N, \rho M)^T$ .

Здесь  $Z, L, N, M$  – переменные, описывающие дисперсную фазу. Величины  $F_1(W), F_2(W)$  и  $F_3(W)$  в (1) – эйлеровы потоки,  $Q_1(W), Q_2(W)$  и  $Q_3(W)$  – ламинарные вязкие потоки. Слагаемые  $R_1(W), R_2(W)$  и  $R_3(W)$  в (1) описывают турбулентные вязкие потоки. Величина  $\Omega(W)$  в уравнении (1) описывает источниковый член параметров турбулентности  $k$  и  $\varepsilon$ ,  $J(W)$  – член, описывающий правые части уравнений, описывающих фазовые переходы и эволюцию спектра капель,

$$J(W) = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, J_F, J_M, J_\delta)^T, \quad (2)$$

где величины  $J_F$  соответствуют методу фракций,  $J_M$  – методу моментов,  $J_\delta$  – методу  $\delta$ -аппроксимации.

### 2.1. Метод фракций

Метод фракций основан на разбиении спектра капель на фракции с фиксированными границами и предположении одинакового поведения капель внутри данной фракции [3]. Таким образом, если даны границы фракций  $r_n$  ( $n = 0, \dots, N$ ), то имеется  $N$  фракций  $[r_{n-1/2}, r_{n+1/2}]$ , где  $n = 1/2, 3/2, \dots, N - 1/2$ , тогда в (2)

$$\begin{aligned} J_{Fn} &= \frac{\dot{m}_n Z_n}{\bar{m}_n} + m_{n-1/2} \dot{m}_{n-1} \times \begin{cases} P_{m,n-1}, & \dot{m} > 0 \\ P_{m,n}, & \dot{m} < 0 \end{cases} - \\ &- m_{n+1/2} \dot{m} \times \begin{cases} P_{m,n}, & \dot{m} > 0, \\ P_{m,n+1}, & \dot{m} < 0, \end{cases} \\ P_{m,n} (m_{n-1} < m \leq m_n) &= \frac{2Z_n}{m_n^2 - m_{n-1}^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_n &= \int_{m_{n-1}}^{m_n} m P_m dm, \\ n &= 1/2, \dots, N - 1/2. \end{aligned} \quad (3)$$

### 2.2. Метод моментов

Вывод уравнений для моментов ФПВ можно найти в [2]. В этом случае в (2) имеем

$$J_{Mk} = Im_*^k + kmL_{k-1}, \quad k = 0, 1, 2, 3, \quad L_{-1} = 0. \quad (4)$$

### 2.3. Метод моментов $\delta$ -аппроксимации

В рамках метода  $\delta$ -аппроксимации полидисперсный ансамбль капель моделируется системой монодисперсных групп, для чего непрерывная ФПВ аппроксимируется в виде суммы  $\delta$ -функций:

$$P_m = \sum_{\alpha=1}^A N_\alpha \delta(m - \bar{m}_\alpha), \quad (5)$$

где  $N_\alpha$  – числовая концентрация капель  $\alpha$ -группы (число капель в единице объема);  $\bar{m}_\alpha$  – средняя масса капель  $\alpha$ -группы, определяемая как

$$\bar{m}_\alpha = \frac{M_\alpha}{N_\alpha}, \quad (6)$$

где  $M_\alpha$  – масса капель  $\alpha$ -группы.

Для нахождения  $N_\alpha$  и  $M_\alpha$  в [16] получены уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_\alpha}{\partial \tau} + \frac{\partial W_i N_\alpha}{\partial x_i} &= I \delta_{1\alpha} - \frac{N_\alpha}{2} \sum_{\alpha_1=1}^A \beta(\bar{m}_\alpha, \bar{m}_{\alpha_1}) N_{\alpha_1}; \\ \frac{\partial M_\alpha}{\partial \tau} + \frac{\partial W_i M_\alpha}{\partial x_i} &= I \bar{m}_1 \delta_{1\alpha} + J(\bar{m}_\alpha) N_\alpha. \end{aligned} \quad (7)$$

Тогда в (2) можно записать

$$J_{\delta\alpha} = \begin{pmatrix} I \delta_{1\alpha} - \frac{N_\alpha}{2} \sum_{\alpha_1=1}^A \beta(\bar{m}_\alpha, \bar{m}_{\alpha_1}) N_{\alpha_1}, \\ I \bar{m}_1 \delta_{1\alpha} + J(\bar{m}_\alpha) N_\alpha. \end{pmatrix}$$

Число и масса всех капель в единице объема согласно (5) и (6) определяются соотношениями:

$$N = \sum_{\alpha=1}^A N_\alpha, \quad M = \sum_{\alpha=1}^A M_\alpha. \quad (8)$$

Как видно из (8), имеет место расщепление решения по физическим процессам вследствие того, что при гетерогенных фазовых переходах сохраняется число частиц, а при коагуляции – их масса. Таким образом, задача моделирования эволюции спектра полидисперсного ансамбля частиц сводится к решению системы уравнений для числовых и массовых концентраций, взаимодействующих благодаря коагуляции групп монодисперсных частиц. Начальные условия для уравнений (8) могут быть получены из требования, чтобы аппроксимация (6) обеспечила точные значения нескольких моментов заданной начальной ФПВ.

### 3. МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

В рамках стандартной высоко-рейнгольдсовой  $k - \epsilon$  модели турбулентности (СТВ) коэффициент турбулентной вязкости определяется соотношением [8]

$$\nu_T = c_\mu \frac{k^2}{\epsilon}. \quad (9)$$

Однако известно, что для ряда неравновесных течений, например при наличии больших градиентов скоростей в сдвиговых и конфузорно-диффузорных потоках, стандартная  $k - \epsilon$  модель приводит к неудовлетворительным результатам, в частности, предсказывая ненормально высокий уровень турбулентности вследствие большой погрешности в описании производства турбулентной энергии. Так, применительно к сопловым течениям стандартная  $k - \epsilon$  модель может давать нефизически высокие значения турбулентной энергии (степени турбулентности) в приосевой зоне [17, 18]. Существенно лучшие результаты для таких течений могут быть получены путем простейшей модификации  $k - \epsilon$  модели (МТВ), модифицируя выражение для турбулентной вязкости (9). Предлагаемая модификация основывается на подходе, предложенном Speziale [9,10] для представления тензора анизотропии в виде разложения в ряд Тейлора относительно градиента средней скорости. Первый член разложения дает следующее выражение для коэффициента вязкости:

$$\nu_T = \frac{c_\mu}{1 + (\Pi/\epsilon - 1)/c_1} \frac{k^2}{\epsilon}. \quad (10)$$

Соотношение (10) представлено в виде, предусматривающем его совпадение с (9) для равновесных течений ( $\Pi = \epsilon$ ). Минимально допустимое значение постоянной  $c_1 = 1$ .

### 4. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

Для численного решения уравнений (1) применялся метод, используемый в индустриальном коде N3S-MUSCL [15]. Этот метод основан на расщеплении (1) по физическим процессам:

– по газодинамическим

$$\begin{aligned} W_t + F_1(W)_x + F_2(W)_y + F_3(W)_z = \\ = Q_1(W)_x + Q_2(W)_y + Q_3(W)_z + R_1(W)_x + \\ + R_2(W)_y + R_3(W)_z + \Omega(W); \end{aligned} \quad (11)$$

– по фазовым превращениям

$$W_t = J(W). \quad (12)$$

Для решения уравнения (11) применяется аппроксимация второго порядка по пространству на неструктурированных сетках. При этом эйлеровые

потоки аппроксимируются по методу MUSCL (Monotonic Upwind Scheme for Conservative Laws) [13]. Для аппроксимации диффузионных членов в (11) используется метод конечных элементов. Для аппроксимации по времени используются как явная схема первого порядка, так и неявная второго порядка [14, 15].

Поскольку в уравнениях (12) отсутствуют производные по пространству, т.е. представляют собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений, то они могут быть решены в каждом узле пространственной сетки независимо от остальных.

Для решения (12) применяется классический метод Рунге-Кутты четвертого порядка. Основная проблема использования явных методов заключается в том, что время релаксации процессов фазовых превращений может оказаться меньше шага интегрирования по времени  $\Delta t$ . В таком случае метод оказывается вычислительно неустойчивым. Для преодоления этой проблемы на каждом шаге интегрирования по времени проверяется знак величины  $p - p_s$  при вычислении  $J(Y)$ . Если знак меняется, то процедура Рунге-Кутты прекращается и определяется состояние равновесия как промежуточное значение между состоянием перегрева  $Y'$ , когда  $p - p_s > 0$ , и состоянием переохлаждения  $Y''$ , когда  $p - p_s < 0$ . Таким образом, методом дихотомии находим  $s$ , где  $0 \leq s \leq 1$ , для которого состояние  $W = sY' + (1-s)Y''$  соответствует состоянию равновесия.

### 5. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

На рис. 1 показано распределение давления по длине сопла при отсутствии и при наличии начальной влаги для условий экспериментов [12]. В этих экспериментах полное давление было постоянным  $p_0 = 3.16 \cdot 10^4$  Па, а полная температура  $T_0$  варьировалась. Таким образом, рис. 1 демонстрирует влияние начального перегрева пара на процесс спонтанной конденсации, а также влияние мелкодисперсной начальной влаги на процесс спонтанной конденсации. При наличии 0.4% начальной влаги размером 0.08 мкм процесс расширения происходит равновесно (кружки на рис. 1)

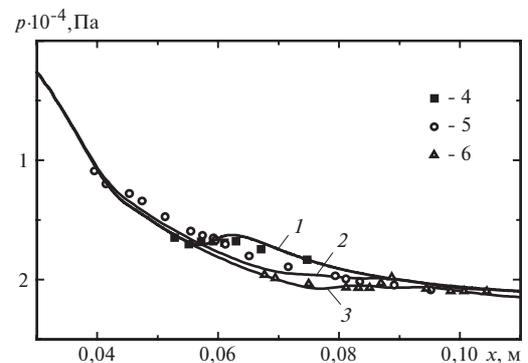


Рис. 1. Распределение давления вдоль оси сопла

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлен новый эйлеровый подход к моделированию двухфазных турбулентных течений с фазовыми переходами.

Стандартная  $k-\varepsilon$  модель турбулентности непригодна для расчета течений со спонтанной конденсацией.

Предложена простая модификация турбулентной вязкости в рамках  $k-\varepsilon$  модели, которая может быть успешно применена для моделирования рассматриваемых течений.

Предложенный подход позволяет адекватно описать сверхзвуковые течения со спонтанной конденсацией как при наличии, так и при отсутствии начальной дисперсной влаги на входе.

## СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

$E = \rho e + \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2 + w^2) + \rho k$  – полная энергия;

$I$  – скорость нуклеации по Френкелю-Зельдовичу [12];

$k$  – кинетическая энергия турбулентности;

$L_k = \int_0^{\infty} m^k P_m(m) dm$  – моменты ФПВ;

$m^*$  – критическая масса капли;

$\dot{m}$  – скорость роста капли, определяемая по соотношению Герца-Кнудсена [12];

$u, v$  и  $w$  – декартовы компоненты скорости двухфазной среды;

$\beta(m_1, m_2)$  – ядро коагуляции;

$\rho$  – плотность двухфазной среды;

$\varepsilon$  – диссипация энергии турбулентности.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hill P.G. Condensation of Water Vapour during Supersonic Expansion in Nozzles // J. Fluid Mech. 1966. V. 25. N 3. P. 593.
2. Стернин Л.Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М.: Машиностроение, 1974.
3. Avetissian A.R., Boldarev A.S., Philippov G.A., Zaichik L.I. On application of Eulerian fractions method for modelling two-phase flows with phase transitions // Proc. of the Second International Symposium on Two-Phase Flow Modelling and Experimentation, eds. G.P. Celata, P. Di Marco & R.K. Shah, Edizioni ETS: Pisa, (3). 1999. P. 1601–1606.
4. Зайчик Л.И., Лебедев А.Б., Савельев А.М., Старик А.М. Моделирование бинарной конденсации  $H_2O/H_2SO_4$  в струях реактивных двигателей на основе эйлерова метода фракций // ТВТ. 2000. Т. 38. № 1. С. 81.
5. White A.J., Hounslow H.J. Modelling Droplet Size Distributions in Polydispersed Wet-Steam Flows // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2000. V. 43. № 11. P. 1873.
6. Пискунов В.Н., Голубев А.И. Метод определения динамических параметров коагулирующих систем // Доклады РАН. 1999. Т. 366. № 3. С. 341.
7. Пискунов В.Н. Теоретические модели кинетики формирования аэрозолей. Саров: РФЯЦ ВНИИЭФ, 2000.
8. Launder B.E. & Spalding D.B. The numerical computation of turbulent flows // Comp. Math. Appl. Mech. Eng. 1974. 3(1). P. 269–289.
9. Speziale C.G. On non linear and models of turbulence // J. Fluid Mech. 1987. V. 178, P. 459–475.
10. Gatski T.B., Speziale G.G. On explicit algebraic stress models for complex turbulent flows // J. Fluid Mech. 1993. V. 254. P. 59–78.
11. Skillings S.A., Walters P.T., Moore M.J. A study of supercritical heat addition as potential loss mechanism in condensing steam turbines IMechE. 1987. C259/87. P. 125–134.
12. Дейч М.Е., Филиппов Г.А. Газодинамика двухфазных сред. М.: Энергоатомиздат, 1981.
13. Fezoui L. Résolution des équations d'euler par un schéma de van leer en éléments finis. INRIA report. 1985. 358.
14. Chabard J.P., Pot G., Metivet B., Thomas B. A numerical solution of the Navier-Stokes equations for industrial applications // Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flow, eds. C. Taylor, P.M. Gresho, R.L. Sani & J. Haisier. 1989. (6)1. P. 285–298.
15. N3S-MUSCL 3.2. Manuel theorique, EDF-INRIA-SIMULOG 1996.
16. Аветисян А.Р., Алипченков В.М., Зайчик Л.И. Моделирование течения спонтанно конденсирующегося влажного пара в соплах Лавалья // ТВТ. 2002. Т. 40. № 6. С. 938.
17. Аветисян А.Р., Алипченков В.М., Зайчик Л.И. Влияние турбулентности на течение спонтанно конденсирующегося влажного пара в соплах Лавалья // ТВТ. 2003. Т. 41. № 1. С. 65.
18. Avetissian A.R., Philippov G.A., Zaichik L.I. The Effect of Turbulence on Spontaneously Condensing Wet-Steam Flow // Nuclear Eng. and Design. 2005. V. 235. P. 1215.