

О.А. Синкевич<sup>1</sup>, Ю.А. Зейгарник<sup>2</sup>, Ю.П. Ивочкин<sup>2</sup>

Московский энергетический институт (технический университет), Россия (1)

Институт высоких температур РАН Москва, Россия (2)

## ВЗРЫВНОЕ РАЗРУШЕНИЕ ПАРОВОЙ ПЛЕНКИ ПРИ ИНТЕНСИВНЫХ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКАХ

### АННОТАЦИЯ

Рассматриваются процессы, развивающиеся на границе между паровой пленкой и жидкостью при наличии теплового потока. В линейном и нелинейном приближениях аналитически решена задача об устойчивости стационарной фазовой поверхности между тонкой паровой пленкой и слоем холодной жидкости при наличии теплового потока. Показано, что существует возможность возникновения режима, сопровождающегося взрывным разрушением стационарной паровой пленки.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В экспериментах [1, 2] при кипении на твердой нагретой металлической полусфере, опускаемой сверху в слой холодной жидкости, наблюдался взрывной механизм схода паровой пленки (рис. 1). В процессах кипения, при больших градиентах температуры (в нашем случае более  $10^7$  град/м), процессы испарения и конденсации на поверхности раздела не только оказывают существенное влияние на динамику поверхностных капиллярно-гравитационных волн, но и приводят к генерации возмущений другого типа.

#### 1.1. Стационарное состояние

Рассматривается устойчивость стационарных режимов, в которых теплота от горячей поверхности нагрева передается к пару и от него к холодной жидкости. Реальная задача (рис.2а) заменяется модельной и исследуется устойчивость плоской двухфазной системы, состоящей из стационарной паровой пленки конечной толщины  $h$  (рис. 2б) и находящейся над толстым ( $h_1 \gg h$ ) слоем холодной жидкости. Температура жидкости (ее уровень соответствует координате  $z = 0$ , а дно находится при  $z = -h_L$ ), за исключением ее поверхности, ниже температуры кипения, верхняя поверхность сосуда поддерживается при постоянной температуре  $T_1 > T_b(P)$ , превышающей температуру кипения жидкости  $T_b(P)$  при давлении  $P$ . Нижняя стенка сосуда находится при температуре, меньшей, чем температура кипения жидкости  $T_2 < T_b(P)$ . Сила тяжести направлена против оси  $z$  и соответствует устойчивой стратификации легкой и тяжелой сред. Граница раздела сред является фазовой поверхностью. Режим со стационарной толщиной паровой пленки может возникать лишь при строго определенных значениях теплового потока с нагретой поверхности  $q_w$ , когда не происходит испарения жид-

кости, а давление в паре  $P_s$  равно давлению насыщения  $P_b(T_L)$ , соответствующему температуре кипения на поверхности жидкости  $T_L$ .

#### 1.2. Уравнения и граничные условия для возмущений

Исследуем устойчивость стационарного состояния относительно двумерных возмущений, когда  $h \ll h_L$ . В системах, где легкая горячая среда – пар, находится в поле сил тяжести над жидкостью, по поверхности раздела сред могут распространяться волны [3]. В данном случае на неизвестной поверхности раздела жидкости и её  $z = \xi(x, t)$  пара необходимо учитывать процессы испарения и конденсации.

Жидкость и пар можно считать несжимаемыми средами, а движение в них  $\mathbf{u} = (u, 0, w)$  – безвихревым.

$$\mathbf{u}_L = \nabla \psi, \quad \mathbf{u}_s = \nabla \psi_s. \quad (1.1)$$

Потенциалы скорости для жидкости  $\psi(x, z, t)$  и для пара  $\psi_s(x, z, t)$  находятся из уравнений Лапласа, получаемых из уравнения неразрывности:

$$\Delta \psi = 0, \quad \Delta \psi_s = 0. \quad (1.2)$$

Здесь  $\Delta$  – оператор Лапласа. Далее для удобства все производные по  $x$ ,  $z$  и  $t$  будем обозначать нижним индексом – другие нижние индексы:  $\frac{\partial}{\partial t} f \equiv f_t$ ,

$$\frac{\partial}{\partial x} f \equiv f_x, \quad \frac{\partial}{\partial z} f \equiv f_z.$$

Распределение температуры в жидкости  $T_L$  и в паре  $T_s$  находятся из уравнений теплопроводности:

$$T_{L,t} - (\lambda_L / \rho_L C_{PL}) \Delta T_L(x, z, t) = -(\mathbf{u} \bullet \nabla) T_L(x, z, t) = -\psi_z T_{0Lz}. \quad (1.3)$$

$$T_{s,t}(x, z, t) + (\lambda_s / \rho_s C_{Ps}) \Delta T_s(x, z, t) = -\psi_{sz} T_{0sz}. \quad (1.4)$$

Уравнения (1.3), (1.4) решаются со следующими граничными условиями на стенках канала:

$$T_L(x, t, z = -h_1) = 0, \quad T_s(x, t, z = h) = 0. \quad (1.5)$$

На возмущенной поверхности фазового раздела  $z = \xi(x, t)$  имеет место:

$$T_L(x, t, z = \xi) = T_s(\xi) = (\partial T / \partial P)_{b0} \delta P_b, \quad (1.6)$$

$$\Lambda \dot{m} = -\lambda_s \nabla_n T_s + \lambda_L \nabla_n T_L. \quad (1.7)$$

Здесь  $\dot{m}$  – поток массы,  $\Lambda$  – удельная теплота испарения (конденсации),  $\nabla_n$  – производная по нормали в возмущенной поверхности раздела жидкости и

пара. В стационарном состоянии поток массы  $\dot{m}_0$  равен нулю

$$\dot{m}_0 = (\lambda_s \frac{dT_{0s}}{dz} - \lambda_L \frac{dT_{0L}}{dz}) / \Lambda = 0. \quad (1.8)$$

Однако возмущение поверхности раздела при  $\xi > 0$ ,  $\xi/h \ll 1$  может приводить к возникновению потока массы

$$\dot{m} = \lambda_s \{ [T_1 - T_b] / (h - \xi) - [T_1 - T_b] / h \} / \Lambda = |q_s| \xi / h \Lambda. \quad (1.9)$$

Уравнение (8) решается с граничным условием на дне слоя жидкости:

$$z = -h_L, \quad w = \psi_z = 0, \quad (1.10)$$

и граничными условиями на поверхности раздела пар – жидкость. На поверхности раздела давления в паре  $P_s$  и жидкости  $P_L$  отличаются

$$P_s - P_L = \sigma \xi_{xx}. \quad (1.11)$$

Для потенциального течения жидкости выполняется соотношение Лагранжа – Коши:

$$\rho_L [\psi_t + (1/2)(\psi_x^2 + \psi_z^2) + gz] = -P_L, \quad (1.12)$$

Давление пара на фазовой границе равняется давлению насыщения  $P_s = P_b(T)$ , зависящему от температуры. Смещение поверхности паровой пленки  $\xi$  приводит к возмущению теплового потока на поверхности раздела и изменению температуры и давления насыщенного пара. Для воды на линии кипения имеют место следующие оценки:

$$\delta P_s = (\partial P_b / \partial T)_b \delta T = (\delta P_s / P_{s0}) / (\delta T_b / T_b) = (\partial P_b / \partial T)_b (T_b / P_{s0}) \gg 1, \quad (1.13)$$

$$(\delta T_b / T_b) / (\delta P_s / P_{s0}) \ll 1. \quad (1.14)$$

Используя (1.11), уравнение Лагранжа – Коши (1.12) и (1.13), получаем граничное условие на поверхности раздела жидкости и пара:

$$\psi_t + (1/2)(\psi_x^2 + \psi_z^2) + g\xi - (\sigma / \rho_L) \xi_{xx} + (\partial P_b / \partial T)_T T_s / \rho_L = 0. \quad (1.15)$$

Уравнение (1.15) отличается от стандартных соотношений на свободной поверхности жидкости слагаемым, учитывающим изменение давления насыщения пара при возмущении температуры.

Другое граничное условие на свободной поверхности жидкости:

$$F(x, z, t) = z + \xi(x, t) = 0, \quad (1.16)$$

следует из того, что скорость движения возмущенной поверхности раздела  $w_F$  в направлении ее нормали равняется скорости движения жидкости в этом направлении,

$$w_F = (\xi_t + \psi_{Lx} \xi_x) / (\xi_x^2 + 1)^{1/2} = w(\xi). \quad (1.17)$$

На свободной поверхности жидкости, являющейся фазовой границей пар – жидкость, следует учитывать возникающий на ней поток массы:

$$\dot{m} = \rho_L (w_L - w_F) = \rho_s (w_s - w_F). \quad (1.18)$$

Кинематическое граничное условие (1.18) для жидкости с учетом потока масс принимает вид:

$$(w_L - \xi_t - \psi_{Lx} \xi_x) / (\xi_x^2 + 1)^{1/2} = \dot{m} / \rho_L. \quad (1.19)$$

Из-за потока массы, возникающего на фазовой поверхности раздела пара и жидкости, кинематиче-

ское граничное условие отличается от аналогичного соотношения на свободной изотермической поверхности жидкость. При  $\xi_x^2 \ll 1$  кинематическое условие (1.19) принимает вид

$$w_L = \xi_t + \dot{m} / \rho_L + \psi_{Lx} \xi_x. \quad (1.20)$$

Если учтем также изменение толщины стационарной паровой пленки  $h(x)$ , то уравнение фазовой поверхности (1.16) принимает вид:

$$F(x, z, t) = z - h(x) + \xi(x, t) = 0. \quad (1.21)$$

$$w_F = -\xi_t / [(h_x + \xi_x)^2 + 1]^{1/2}. \quad (1.22)$$

Если имеет место неравенство

$$0 < |d\xi/dx| \ll |dh/dx| = C = \text{Const} < 1, \quad (1.23)$$

$$\text{то } \xi_t / [(h_x + \xi_x)^2 + 1]^{1/2} = \xi_t - C \xi_x \xi_{xx}. \quad (1.24)$$

Модифицированное кинематическое условие на поверхности раздела пар – жидкость имеет вид

$$w_L = \psi_{Lz} = \xi_t + (\dot{m} / \rho_L) - C \xi_x \xi_{xx} + \psi_{Lx} \xi_x. \quad (1.25)$$

В отличие от граничных условий на свободной поверхности изотермической жидкости, на фазовой поверхности раздела возникают три дополнительных эффекта, связанные с зависимостью давления насыщенного пара от температуры, возникновением потоков массы с поверхности и изменении толщины паровой пленки. Первые два эффекта, приводящие к модификации граничных условий на фазовой границе, проявляются уже в линейной задаче. Эффект, вызванный изменением толщины пленки пара  $h(x)$ , как легко видеть из (1.25), существенен только на нелинейной стадии развития возмущений.

Уравнение Лапласа для потенциала скорости пара (1.2) решается с граничным условием на твердой поверхности  $z = h$ ,  $w_s = \psi_{sz} = 0$  (1.26a), и граничным условием при  $h = \xi$

$$w_s = \psi_{sz} = \xi_t + \dot{m} / \rho_s - C \xi_x \xi_{xx} + \psi_{sx} \xi_x. \quad (1.26)$$

Решение линейной задачи для малых возмущений ищется в виде:

$$\begin{aligned} \psi(x, z, t) &= f_0(z) \exp i(kx + \omega t), \\ \psi_s(x, z, t) &= f_s(z) \exp i(kx + \omega t), \quad \xi(x, t) = \alpha \exp i(kx + \omega t), \\ T_L &= f_L(z) \exp i(kx + \omega t), \quad T_s = f_s(z) \exp i(kx + \omega t). \end{aligned} \quad (1.27)$$

Поскольку толщина пленки пара существенно меньше глубины слоя жидкости, слой жидкости можно считать бесконечно глубоким и, в отличие от (1.10), решать задачу с граничным условием на бесконечности в жидкости

$$w(z \rightarrow -\infty) = \psi_z(z \rightarrow -\infty) \rightarrow 0 \quad (1.28)$$

и граничным условием (1.15) при  $z = \xi(x, t)$ . Решение уравнений Лапласа для жидкости и пара (1.2) с граничными условиями (1.28), (1.26a) имеют вид:

$$\psi(x, z, t) = f_0 \exp(kz) \exp i(kx + \omega t). \quad (1.29)$$

$$\psi_s(x, z, t) = [f_s / Ch(kh)] Sh[k(h-z)] \exp i(kx + \omega t). \quad (1.30)$$

В (1.29) и (1.30)  $f_0$ ,  $f_s$  – неизвестные константы. Из-за неравенство (1.14) можно записать граничные условия для возмущений температуры (1.6) при  $z=0+\xi$  в виде:

$$\begin{aligned} T_L(x, t, z=0) + (dT/dz)_{L0} \xi = T_L(x, t, z=0) + \\ + (q_0 / \lambda_L) \xi = 0, \end{aligned} \quad (1.31)$$

$$T'_s(x,t,0) + (dT/dz)_{s,0} \xi = T'_s(x,t,z=0) + (q_0/\lambda_s) \xi = 0. \quad (1.32)$$

Для характерного времени задачи  $t_c$  и времен установления стационарного распределения температур в жидкости  $t_L = k^2 \rho_L C_{PL} / \lambda_L$  и паре  $t_s = k^2 \rho_s C_{Ps} / \lambda_s$  выполняются следующие неравенства:

$$t_s/t_c < 1, \quad t_L/t_c < 1, \quad (1.33)$$

и распределения температур в жидкости и паре имеют вид:

$$T'_L(x, t, z) = (q_0/\lambda_L) \alpha \exp[i(kx + \omega t) + kz], \quad (1.34)$$

$$T'_s(x, t, z) = (q_0/\lambda_s) \alpha \{ [Shk(h-z)] / Ch(kh) \} \exp[i(kx + \omega t)]. \quad (1.35)$$

Используя полученные решения и исключая из граничного условия (1.15) возмущение температуры пара, приведем его к виду:

$$\psi_t + g \xi - (\sigma/\rho_L) \xi_{xx} - (\partial P_b/\partial T)_b (q_0/\lambda_s \rho_L) \xi = 0. \quad (1.36)$$

Учитывая направление теплового потока и (1.31), можно ввести эффективное ускорение  $g_f$ ,

$$g + (\partial P_b/\partial T)_b (|q_0|/\lambda_s \rho_L) = g_f. \quad (1.37)$$

и свести (1.36) к виду, аналогичному для уравнения волн на свободной поверхности жидкости в поле силы тяжести.

При выполнении условия:

$$(\partial P_b/\partial T)_T (|q_0|/\lambda_s \rho_L) > \sigma k^2 / \rho_L > g, \quad (1.38)$$

используя решения для температур (1.34), (1.35) и граничное условие (1.7), находим

$$\dot{m} = -k q_0 \xi / \Lambda = |q_0| k \xi / \Lambda. \quad (1.39)$$

Теперь условия (1.25) и (1.36) принимают вид

$$\psi_t + g_f \xi = i\omega f_0 + g_f \alpha = 0, \quad (1.40)$$

$$\psi_z - \xi_r - (|q_0| k / \Lambda \rho_L) \xi = k f_0 - [i\omega + (|q_0| k / \Lambda \rho_L)] \alpha = 0, \quad (1.41)$$

и с учетом неравенства (46) получить дисперсионное уравнение для возмущений:

$$D(\omega, k) \equiv \omega^2 - i\omega (|q_0| k / \Lambda \rho_L) - k g_f = 0. \quad (1.42)$$

Характер дисперсии волн хотя и подтверждает их аналогичность гравитационным волнам на свободной поверхности жидкости, но обнаруживает ряд существенных отличий. Эти волны вызваны возмущениями теплового потока, температуры насыщения и тем самым давления насыщения, и именно поэтому возникает ускорение, формально аналогичное гравитационному  $g_f \approx (\partial P_b/\partial T)_b (|q_0|/\lambda_s \rho_L)$ . Принципиальным является то, что из-за возмущения теплового потока через фазовую поверхность раздела волны, могут возникать даже в отсутствии силы тяжести, в том числе и на вертикальной поверхности.

Если под воздействием силы тяжести гравитационные волны возникают лишь при устойчивой стратификации фаз, когда легкая среда находится над тяжелой, изменение давления насыщения на фазовой границе может приводить к возникновению колебаний при любой стратификации фаз, если только выполнено условие (1.38). Такие волны могут возникать даже в отсутствии силы тяжести при флуктуации теплового потока и вызванного им давления насыщения – слагаемое  $(\partial P_b/\partial T)_b$

$(|q_0|/\lambda_s \rho_L)$  в (1.36). При кипении на вертикальной стенке нагреваемого сосуда из-за наличия этого эффекта могут возникать волны, распространяющиеся по поверхности паровой пленки.

При неустойчивой стратификации изотермических сред в поле сил тяжести поверхность раздела неустойчива – возникает неустойчивость Рэлея – Тейлора. Волны малой амплитуды, вызванные интенсивными потоками теплоты через поверхность раздела пар – жидкость, могут возникать и при неустойчивой стратификации, когда легкая паровая пленка находится под слоем тяжелой жидкости, если сила инерции испарения превышает силу тяжести.

## 2. НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ВОЛН НА ПОВЕРХНОСТИ ПАР – ЖИДКОСТЬ

Рассмотрим нелинейную динамику возмущений. При изменении толщины стационарной паровой пленки флуктуации теплового потока через поверхность раздела пар – жидкость могут приводить к усилению поверхностных волн конечной амплитуды. В данной задаче существуют следующие малые параметры:  $\varepsilon_1 = kh \ll 1$ ,  $\varepsilon_2 = k\xi \ll 1$ ,  $C < 0$ ,  $|C| < 1$  и  $\dot{m} \ll 1$ . Далее выбирается следующая иерархия малых параметров  $\varepsilon_2 = \varepsilon_1^2$ ,  $\dot{m} / \varepsilon_1^3 \approx 1$ ,  $\varepsilon_1^3 \mu = \dot{m}$ ,  $|C| / \varepsilon_1^4 \approx 1$ ,  $\gamma \varepsilon_1^2 = |C|$ ,  $\tau = \varepsilon_1^4 t$ .

Решение нелинейной задачи ищется в виде асимптотических разложений по малым параметрам. Учитывается зависимость амплитуды волны от медленного времени и нелинейный сдвиг частоты колебаний. Последовательно находя решения нелинейной задачи можно получить уравнение, описывающее медленное изменение амплитуды плоской волны:

$$d|\alpha|^2/d\tau = -\mu k|\alpha|^2 + \gamma (k/\varepsilon_1)^{1/2} k|\alpha|^4. \quad (2.1)$$

Поведение решения уравнения (1) зависит от отношения  $A_0/A_c$ , параметров  $\mu$ ,  $\gamma$ , и волнового числа  $k$ . Здесь  $A = |\alpha|^2$ ,  $A_c = \alpha_c^2 = \mu/\gamma (k/\varepsilon_1)^{1/2} \approx |C|^{-1}$ ,  $A_0 = A(\tau=0) = \alpha(0)^2$ ,

Без учета затухания (в случае  $\mu = 0$ ) изменение амплитуды плоской волны всегда приводит к взрывной неустойчивости

$$|\alpha(t)|^2 = |\alpha(0)|^2 / \{1 - |\alpha(0)|^2 \gamma (k/\varepsilon_1)^{1/2} k \tau\}. \quad (2.2)$$

Для  $\mu \neq 0$  волны первоначально малой амплитуды  $A_0/A_c < 1$

$$A(\tau) = [A_0 A_c / (A_c - A_0)] \{ [A_0 / (A_c - A_0)] + \exp(\mu k \tau) \}^{-1} \approx A_0 \exp(-\mu k \tau) \rightarrow 0, \quad \text{при } \tau \rightarrow \infty. \quad (2.3)$$

Для волн большой начальной амплитуды  $A_0/A_c > 1$  возникает взрывная неустойчивость

$$A(\tau) = A_0 A_c / (A_0 - A_c) \{ [A_0 / (A_0 - A_c)] - \exp(\mu k \tau) \}^{-1}. \quad (2.4)$$

В этом случае амплитуда первоначально малой плоской волны  $\xi_{0c} < |\xi_0(0)| < h$  за конечное время

$$\tau_c = (1/\mu k) \ln [A_c / (A_0 - A_c)] \quad (2.5)$$

возрастает до бесконечности.

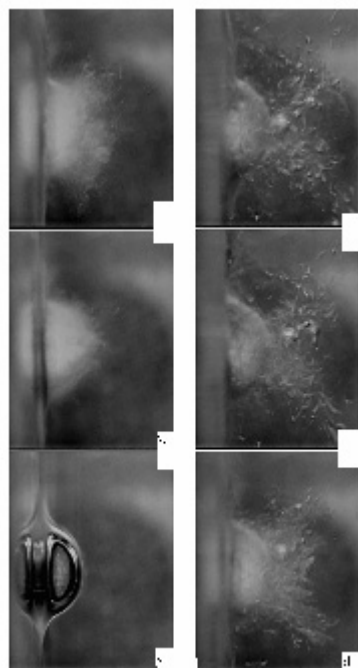


Рис.1. Взрывной сход паровой пленки [2]

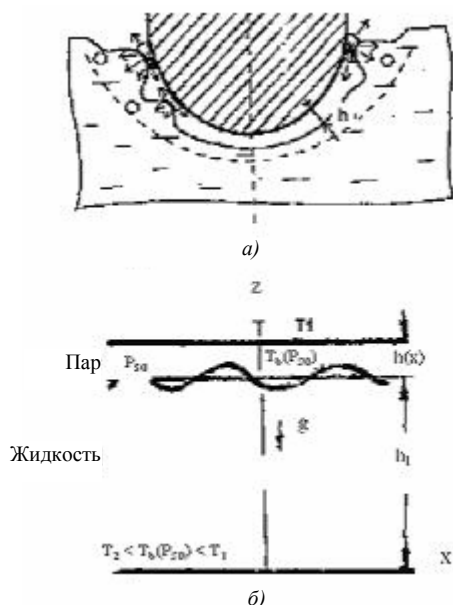


Рис.2. Реальная задача (а) и модельная плоская двухфазная система (б)

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Поставлена и аналитически в линейном и нелинейном приближениях решена задача об устойчивости стационарной фазовой поверхности между тонкой паровой пленкой и слоем холодной жидкости при наличии теплового потока. Учтены зависимость давления насыщения от температуры и слабое изменение толщины стационарной паровой пленки.

В отличие от классической постановки, в рассматриваемой задаче возникают ряд новых эффектов:

а) тепловые процессы на фазовой границе приводят к распространению слабозатухающих волн малой амплитуды, скорость которых может намного превышать скорость гравитационных волн;

б) из-за теплового потока через фазовую поверхность могут возникать периодические волны малой длины (рябь), не являющиеся капиллярными;

в) периодические волны и солитоны на фазовой поверхности могут возникать и в отсутствии силы тяжести;

г) тепловые процессы на фазовой границе могут обеспечивать устойчивое существование паровой фазы под слоем жидкости в поле сил тяжести;

д) на нелинейной стадии развития неустойчивости из-за слабого изменения толщины стационарной паровой пленки может возникать режим взрывной неустойчивости, в котором амплитуда, первоначально малой плоской волны возрастает до бесконечности за конечное время.

Работа выполнена в рамках гранта по научным школам РИ-112/001/468 «Исследование процессов теплопереноса при интенсивных тепловых и электрических воздействиях» и гранта РФФИ № 05-08-01217.

## СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

$h$  – толщина паровой пленки;

$q_w$  – теплового потока с нагретой поверхности;

$\psi(x,z,t)$ ,  $\psi_s(x,z,t)$  – потенциалы скорости для жидкости и для пара;

$T_L$ ,  $T_s$  – возмущений температуры в жидкости и в паре;

$\dot{m}$  – поток массы;

$\Lambda$  – удельная теплота испарения (конденсации);

$\sigma$  – поверхностное натяжение;

$\xi(x,t)$  – возмущение поверхности жидкости;

$P_s$ ,  $P_L$  – давления в паре и жидкости, Па;

$P_s = P_b(T)$  – давление насыщения.

Индексы:

нижние индексы  $x$ ,  $z$  и  $t$  – производные по этим переменным;

$Cr$  – критический параметр.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Взрывной** режим развития неустойчивости, приводящий к разрушению паровой пленки на твердой нагретой полусферической поверхности / В.В. Глазков, Ю.А. Зейгарник, В.Г. Жилин, Ю.П. Ивочкин, О.А. Синкевич, В.Р. Цой // Доклады РАН. 2001. Т. 376. № 3. С. 328–330.
2. **Исследование** развития неустойчивости и разрушения парового слоя на твердой нагретой полусферической поверхности / В.В. Глазков, В.Г. Жилин, Ю.А. Зейгарник и др. // Теплофизика высоких температур. 2000. Т. 38. № 6. С. 935–944.
3. **Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.** Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.