УДК 532.32, 536.248

А.В.Котович, Г.А.Несененко

Московский государственный технический университет им. Н.Э.Баумана, Россия

ИССЛЕДОВАНИЕ СМЕНЫ РЕЖИМОВ КИПЕНИЯ «ГЕОМЕТРООПТИЧЕСКИМ» АСИМПТОТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

АННОТАЦИЯ

В докладе изложены итоги исследования двумерной задачи очагового инициирования смены режимов кипения в больших объемах при помощи разработанного одним из авторов "геометрооптического" асимптотического метода [1]. Математическая модель представлена в виде задачи Коши, поставленной для сингулярно возмущенного уравнения параболического типа с нелинейными источниками и стоками тепла. Приближенное аналитическое решение представлено в виде асимптотики Пуанкаре по степеням малого параметра. Вычисленные в явном виде коэффициенты асимптотики позволяют исследовать очаговое инициирование смены режимов кипения. Согласно основным идеям "геометрооптического" асимптотического метода, области, в которых ищется приближенное аналитическое решение, разбиваются на "зоны" [1]. Установлено, что для каждой из "зон" асимптотическое разложение Пуанкаре решения исходной нерегулярной краевой задачи теплопроводности имеет свою структуру. Например, в "пограничном слое" приближенное аналитическое решение представляется двойным асимптотическим рядом Пуанкаре, содержащим не только степени малого параметра, но и степени соответствующих погранслойных переменных. Согласно предложенному методу структура асимптотических разложений в каждой из "зон" с единых методических позиций определяется применением метода Лапласа (частного случая метода перевала) к интегральному представлению решения, записанному с помощью соответствующих функций Грина.

1. ВВЕДЕНИЕ

В докладе обоснована возможность применения метода возмущений к задачам устойчивости при конечных локальных очаговых возмущениях теплообмена при кипении в больших объемах [2]. Рассмотрено очаговое инициирование смены режимов кипения на пластине согласно модели, предложенной в [3]. Используя данные расчетов из работы [3], приходим к выводу, что исследуемая математическая модель описывается решениями сингулярно возмущенной (нерегулярной [4]) двумерной задачи Коши вида:

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau}=\varepsilon\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial\xi^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial\eta^2}\right)+\frac{t_{\text{м}}}{c\rho H}\left[w(\theta)-q(\theta)\right], \tag{1}$$

$$(\xi,\eta)\in\mathbb{R}^2,\quad 0<\tau<1,$$

$$\overrightarrow{\text{grad}}\theta\to 0,\quad (\xi,\eta)\to\infty, \tag{2}$$

$$\theta(\xi,\eta,\tau)=\theta_1+p\frac{4}{\pi}\exp\left\{-\frac{4H_{\text{м}}^2(\xi^2+\eta^2)}{(\Delta L)^2}\right\}=$$

$$=u^0(\xi,\eta),\tau=+0, \tag{3}$$

где $\varepsilon=at_{\text{м}}\big/H_{\text{м}}^2$ – малый безразмерный параметр: $\varepsilon\ll1$, а остальные обозначения приведены ниже – см. Список обозначений.

Согласно [3] рассматривается вариант обогрева электрическим током:

$$W(\theta)=i^2R(\theta)/u, R(\theta)=1+0,0025\theta^2. \tag{4}$$

Закон $q(\theta)$ теплоотвода в кипящую жидкость в общем виде задается функцией:

$$q(\theta)=\begin{cases}A\theta^3 & \text{при } 0<\theta\le\theta_1^*,\\ B\exp\left\{-C\left(\theta-\theta_1^*\right)\right\} & \text{при } \theta_1^*<\theta\le\theta_2^*,\\ D\theta & \text{при } \theta_2^*<\theta\le\theta_3^*,\end{cases} \tag{5}$$

где . $A,B,C,D,\theta_1^*,\theta_2^*$ – постоянные.

2. РЕШЕНИЕ ИССЛЕДУЕМОЙ ЗАДАЧИ "ГЕОМЕТРООПТИЧЕСКИМ" АСИМПТОТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Постановка задачи такова: предполагается, что к некоторому моменту времени (τ=0) режимные параметры после различного рода возмущений, колебаний и отклонений вернулись к номинальным значениям и следы их отклонений от номинала остались только в виде возмущенного температурного поля пластины. Такие возмущения пузырькового режима кипения для задачи (1)–(5) моделируем при помощи начального условия (3).

Задача определения критических условий очагового инициирования смены пузырькового режима кипения пленочным режимом кипения сводится к следующей: при каких величинах параметра p в равенстве (3) решение $\theta(\xi,\eta,\tau)$ задачи Коши (1)–(5) с течением времени стремится к величине θ_1 (очаг остывает, пузырьковый режим устойчив к таким возмущениям), а при каких величинах параметра p решение $\theta(\xi,\eta,\tau)$ стремится к $\theta_3>\theta_1$ (очаг разогревается, формируется бегущая волна пленочного режима кипения). Заметим, что согласно данным из [2, 3], температурный интервал $0\le\theta\le\theta_1^*$ соответствует пузырьковому режиму кипения; температурный интервал $\theta_1^*\le\theta\le\theta_2^*$ соответствует переходному режиму кипения между пузырьковым и пленочным режимами; температурный интервал

$\theta_2^* \le \theta \le \theta_3^*$ соответствует пленочному режиму кипения.

С учетом последнего замечания задача Коши (1)–(5) (в случае перехода от пузырькового к пленочному режиму кипения) естественно разбивается на последовательно решаемые такие полулинейные задачи Коши:

I. При $0 \le \tau \le \tau^{(1)}$ (пузырьковый режим кипения) необходимо найти приближенное решение $\theta_1(\xi,\eta,\tau)$ следующей задачи Коши:

$$\frac{\partial\theta_1}{\partial\tau} = \varepsilon\Delta\theta_1 + \frac{d\cdot i^2\left[1+0,0025\theta_1^2\right]}{u} -$$

$$-d\cdot 6,4\cdot 10^{-3}\theta_1^3,\ 0<\tau<\tau^{(1)},\ (\xi,\eta)\in\mathbb{R}^2; \qquad (6)$$

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\theta_1 \to 0, \quad (\xi,\eta)\to\infty, \qquad (7)$$

$$\theta_1(\xi,\eta,\tau)\big|_{\tau=+0} = u^0(\xi,\eta), (\xi,\eta)\in\mathbb{R}^2; \qquad (8)$$

где $d = \frac{t_{\text{м}}}{c\rho H} = 10,72\left[\frac{K\cdot\text{см}^2}{\text{Вт}}\right]$.

Величина $\tau^{(1)}$ определяется из условия

$$\max_{\xi,\eta}\left\{\theta_1\left(\xi,\eta,\tau^{(1)}\right)\right\} = \theta_1^*. \qquad (9)$$

II. При $\tau^{(1)} \le \tau \le \tau^{(2)}$ (переходный (иначе: промежуточный) режим кипения) необходимо найти приближенное решение $\theta_2(\xi,\eta,\tau)$ следующей задачи Коши:

$$\frac{\partial\theta_2}{\partial\tau} = \varepsilon\Delta\theta_2 + \frac{d\cdot i^2\left[1+0,0025\theta_2^2\right]}{u} -$$

$$-dB\exp\left\{-C\left(\theta_2-\theta_1^*\right)\right\}, \tau^{(1)}<\tau<\tau^{(2)},\ (\xi,\eta)\in\mathbb{R}^2; (10)$$

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\theta_2 \to 0, \quad (\xi,\eta)\to\infty, \qquad (11)$$

$$\theta_2(\xi,\eta,\tau)\big|_{\tau=\tau^{(1)}+0} = \theta_1(\xi,\eta,\tau^{(1)}) = u_1^0(\xi,\eta),$$

$$(\xi,\eta)\in\mathbb{R}^2. \qquad (12)$$

Величина $\tau^{(2)}$ определяется из условия

$$\max_{\xi,\eta}\left\{\theta_2\left(\xi,\eta,\tau^{(2)}\right)\right\} = \theta_2^*. \qquad (13)$$

III. Наконец, при $\tau^{(2)} \le \tau \le 1$ (пузырьковый режим кипения) необходимо найти приближенное решение $\theta_3(\xi,\eta,\tau)$ такой задачи Коши:

$$\frac{\partial\theta_3}{\partial\tau} = \varepsilon\Delta\theta_3 + \frac{d\cdot i^2\left[1+0,0025\theta_3\right]}{u} - -d\cdot 3,12\cdot 10^{-2}\theta_3,$$

$$\tau^{(2)}<\tau<1,\ (\xi,\eta)\in\mathbb{R}^2; \qquad (14)$$

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\theta_3 \to 0, \quad (\xi,\eta)\to\infty, \qquad (15)$$

$$\theta_3(\xi,\eta,\tau)\big|_{\tau=\tau^{(2)}+0} = \theta_2(\xi,\eta,\tau^{(2)}) = u_2^0(\xi,\eta),$$

$$(\xi,\eta)\in\mathbb{R}^2. \qquad (16)$$

Постановка задачи в данном докладе отличается от постановки задачи в [5] только тем, что в данном докладе принято:

$$w(\theta) = \frac{i^2\left[1+0,0025\theta^2\right]}{u}, \qquad (17)$$

А в [5] было положено:

$$w(\theta) = q_s = \text{const}. \qquad (18)$$

Поскольку правая часть (17) может быть представлена так:

$$w(\theta) = c_1 + c_2\theta^2, \qquad (19)$$

где $c_1 = \frac{i^2}{u}$, $c_2 = \frac{i^2}{u}\cdot 0,0025 \ll 1$, то алгоритм нахождения асимптотик Пуанкаре решений $\theta_i(\xi,\eta,\tau)$, $i=\overline{1,3}$ каждой из задач Коши, поставленных для функций $\theta_i(\xi,\eta,\tau)$, $i=\overline{1,3}$ в данном докладе, аналогичен алгоритму для нахождения решений $\theta_i(\xi,\eta,\tau)$, $i=\overline{1,3}$ соответствующих задач Коши из [5]. Поэтому основные выводы, сделанные в данном докладе, аналогичны основным выводам, сделанным в докладе [5].

ВЫВОДЫ

При помощи “геометрооптического” асимптотического метода решена задача определения критических условий очагового инициирования смены (в большом объеме) пузырькового решения кипения пленочным в случае обогрева жидкости электрическим током. Проведено сравнение с аналогичными результатами, полученными другими авторами [3], отмечено их качественное совпадение. В частности, расчеты показали, что существует такое пороговое значение p^*, что при $\text{p}<\text{p}^*$ решения $\theta(\xi,\eta,\tau)$ задачи (1)–(5) стремятся с течением времени к величине θ_1 (очаг остывает, пузырьковый режим кипения устойчив к таким возмущениям); при $\text{p}>\text{p}^*$ решения $\theta(\xi,\eta,\tau)$ задачи (1)–(5) стремятся с течением времени к величине $\theta_3>\theta_1$ (очаг разогревается, формируется бегущая волна пленочного режима кипения).

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

ξ,η – декартовы безразмерные координаты;
$t_{\text{м}}, H_{\text{м}}$ – временной и пространственный масштабы;
τ – безразмерное время;
$T_s, \theta = T - T_s$ – температура насыщения жидкости и температурный напор;
$q(\theta), W(\theta)$ – кривая кипения и плотность тепловыделения;

H - толщина пластины;

$u_i^0(\xi,\eta), i=1,2$ – функции, задающие начальные распределения температурного напора;

a, c, ρ – коэффициент температуропроводности, удельная теплоемкость и плотность материала нагревателя;

$\theta_1^*, \theta_2^*, \theta_3^*$ – температурные напоры пузырькового, переходного и пленочного режимов на кривой кипения;

$\Delta L, p$ – размер очага возмущения и амплитуда возмущений температуры в очаге;

i, R – сила тока и электрическое сопротивление единицы длины стержня;

S, u – площадь и периметр поперечного сечения греющего элемента;

A, B, C, D – параметры закона теплоотвода $q(\theta)$ в кипящую жидкость;

$\tau^{(1)}$ – время перехода от пузырькового к промежуточному режиму кипения;

$\tau^{(2)}$ – время перехода от промежуточного к пленочному режиму кипения;

θ_1 – начальная величина возмущения;

$\Delta = \dfrac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial \eta^2}$ – оператор Лапласа;

$\varepsilon = a t_{\text{м}} / H_{\text{м}}^2$ – малый безразмерный параметр.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Несененко Г.А.** Решение задач нерегулярного нелинейного тепло- и массопереноса “геометрооптическим” асимптотическим методом. Бирск: изд. Бирск. ГПИ, 2003. 127 с.
2. **Теплообмен** в ядерных энергетических установках / Б.С. Петухов, Л.Г. Генин, С.А.Ковалев, С.Л., Соловьев. М.: Издательство МЭИ, 2003. 548 с.
3. **Ковалев С.А., Усатиков С.В.** Равновесие режимов кипения и устойчивость к конечным возмущениям пузырькового и пленочного кипения на стержне и пластине // Теплообмен в современной технике: сб. науч. тр. М.: ИВТ РАН, 1998. С.136-172.
4. **Лыков А.В.** Теория теплопроводности. // М.: Высш. шк., 1967. 600 с.
5. **Несененко Г.А.** Решение “геометрооптическим” асимптотическим методом задачи очагового инициирования смены режимов кипения // Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках: Труды XV Школы-семинара молодых ученых и специалистов под руков. акад. А.И.Леонтьева. В 2-х т. Т.2. М.: Издательство МЭИ, 2005. С. 180-182.