

В.И. Артемов¹, Г.Г. Яньков¹, О.А. Евтихьева², К.М. Латицкий²,
И.Л. Расковская², Б.С. Ринкевичюс², А.В. Толкачев²

Московский энергетический институт (технический университет), Россия
Кафедра инженерной теплофизики (1), Кафедра физики им. В.А. Фабриканта (2)

ЧИСЛЕННОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ В ЖИДКОСТИ ОКОЛО НАГРЕТОГО ЦИЛИНДРА

АННОТАЦИЯ

С помощью пакета прикладных программ Anes выполнено численное моделирование нестационарной естественной конвекции в воде около нагретого цилиндра с полусферическим дном. Получены распределения температуры жидкости в объеме кюветы и в пограничном слое. Проведено моделирование распространения тонкой лазерной плоскости в сферическом пограничном слое. Дано описание экспериментальной установки для наблюдения рефракции лазерной плоскости в неоднородном поле температуры среды. Приведены результаты сравнения расчетной и экспериментально наблюдаемой рефракционных картин и их изменения в зависимости от различных параметров.

1. ВВЕДЕНИЕ

Сложность экспериментальной диагностики разнообразных течений жидкости во многом обусловлена их трехмерным и нестационарным характером, а также наличием значительных градиентов всех параметров, представляющих интерес для практики. При естественной конвекции у нагретых тел основные теплофизические процессы развиваются в тонком пограничном слое толщиной в несколько миллиметров. В ряде случаев в этом слое существенные изменения претерпевают и физические свойства жидкости [1, 2], что необходимо учитывать при обработке данных экспериментов. Малая толщина слоя осложняет использование контактных методов экспериментального исследования. Поэтому разработка бесконтактных оптических методов исследования конвекции и сравнение экспериментальных результатов с расчетными данными является весьма актуальной теплофизической задачей. Разработанные ранее оптические методы исследования пограничного слоя применимы только для слишком малых градиентов температуры [3], и поэтому они не нашли широкого распространения. Использование современных компьютерно-лазерных технологий открывает новые возможности для анализа характеристик потоков жидкости и газа [4,5].

2. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

2.1. Метод расчета

Рассматривается процесс нестационарной естественной конвекции в жидкости около нагретого тела. Моделируется задача, в которой нагретое тело

представляет собой цилиндр с полусферическим основанием, помещенный в цилиндрическую кювету с жидкостью (рис. 1).

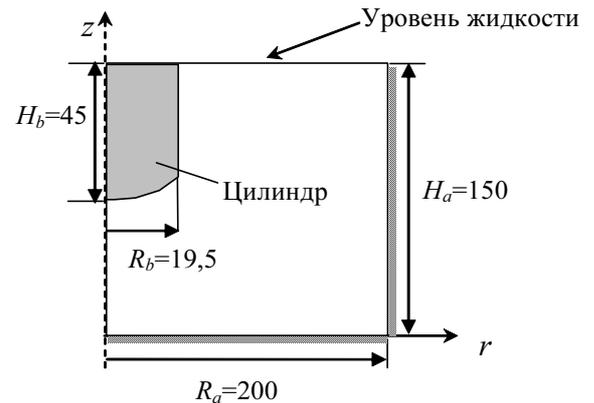


Рис. 1. Геометрия расчетной области (размеры в мм)

Кювета заполнена водой, имеющей в начальный момент времени ($\tau = 0$) комнатную температуру $t_w = 20$ °С. Цилиндр изготовлен из алюминия. Предполагается, что при $\tau = 0$ цилиндр, равномерно нагретый до температуры $t_0 = 100$ °С, помещается в кювету.

Для описания процессов гидродинамики и теплового состояния жидкости используется система уравнений в цилиндрической системе координат (r, z), состоящая из уравнения неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \text{div}(\rho \mathbf{u}) = 0,$$

уравнений движения в проекциях на оси координат

$$\frac{\partial(\rho u_r)}{\partial \tau} + \text{div}(\rho \mathbf{u} u_r - \mu \nabla u_r) = -\frac{\partial P}{\partial r} - \frac{\mu}{r^2} u_r + S_{\mu r},$$

$$\frac{\partial(\rho u_z)}{\partial \tau} + \text{div}(\rho \mathbf{u} u_z - \mu \nabla u_z) = -\frac{\partial P}{\partial z} - (\rho - \rho_0)g + S_{\mu z},$$

$$P = p - \frac{1}{3} \mu \text{div}(\mathbf{u}) - \rho_0 g z - p_0,$$

$$\mathbf{u} = (u_r, u_z),$$

$$S_{\mu r} = \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \frac{\partial u_z}{\partial r} \right] - \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} \right] \right\} +$$

$$+ \left\{ \mu \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_r}{r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \frac{u_r}{r} \right) \right\},$$

$$S_{\mu z} = \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu \frac{\partial u_r}{\partial z} \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \frac{\partial u_r}{\partial r} \right] \right\} +$$

$$+ \left\{ \mu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{u_r}{r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{u_r}{r} \right) \right\}$$

и уравнения энергии

$$\frac{\partial \rho c_p t}{\partial \tau} + \text{div} \left(\rho \mathbf{u} c_p t - \frac{\rho \nu c_p}{\text{Pr}} \nabla t \right) = 0,$$

где

ρ, ν, c_p – плотность, коэффициент кинематической вязкости и удельная изобарная теплоемкость воды;

\mathbf{u}, t – вектор скорости и температура жидкости;

P – относительное давление, p_0 – средний уровень давления (10^5 Па), p – термодинамическое давление;

Pr – число Прандтля;

g – проекция вектора ускорения свободного падения на ось z .

Отметим, что в расчетах учитывалось изменение всех теплофизических свойств воды в неоднородном поле температуры.

Для моделирования теплового состояния твердого тела используется уравнение теплопроводности

$$\rho_b c_{pb} \frac{\partial T_b}{\partial \tau} = \text{div} (\lambda_b \nabla T_b),$$

где

$\rho_b, \lambda_b, c_{pb}$ – плотность, коэффициент теплопроводности и удельная теплоемкость алюминия;

T_b – температура тела, °С.

Плоский торец цилиндра считается адиабатным. На границе раздела «тело – жидкость» выполняются следующие условия сопряжения:

$$t = T_b, \quad \left(\frac{\rho \nu c_p}{\text{Pr}} \frac{\partial t}{\partial n} \right) = \left(\lambda_b \frac{\partial T_b}{\partial n} \right), \quad u_r = u_z = 0.$$

На стенках кюветы

$$u_r = u_z = 0, \quad t = t_w.$$

На свободной поверхности

$$\frac{\partial u_r}{\partial z} = u_z = \frac{\partial t}{\partial z} = 0.$$

На плоскостях симметрии

$$u_r = \frac{\partial u_z}{\partial r} = \frac{\partial t}{\partial r} = \frac{\partial T_b}{\partial r} = 0.$$

Расчеты выполнены с помощью пакета прикладных программ Anes, разработанного на кафедре инженерной теплофизики МЭИ (ТУ) [6]. В расчетах использовались сетки с числом узлов $n_r \times n_z = 120 \times 200$.

2.2. Результаты расчета

Для выбора оптимальной методики проведения эксперимента и в дальнейшем для сравнения экспериментальных данных с расчетными необходимо знать распределение температуры в воде, а также зависимость температуры на поверхности тела от времени. На рис.2 приведены рассчитанные для разных температур поверхности тела $T_{b,w}$ профили температуры в жидкости в зависимости от координаты x , отсчитываемой от твердой поверхности в направлении, обратном направлению оси z в передней «критической» точке. Расчет проведен для двух режимов – стационарного и нестационарного.

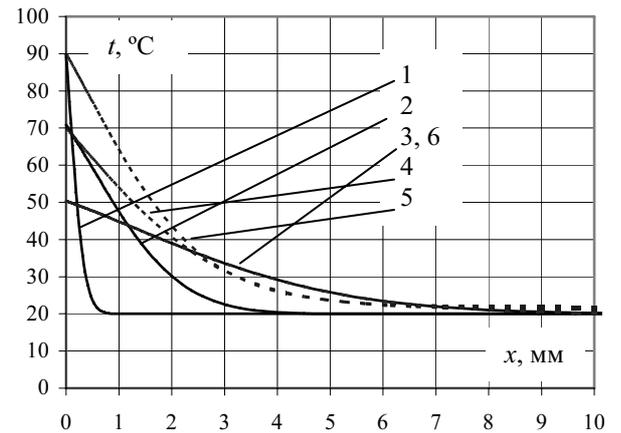


Рис. 2. Распределение температуры в пограничном слое у передней критической точки при различных температурах внешней поверхности цилиндра $T_{b,w} = 90, 70, 50$ °С: 1, 2, 3 – нестационарный режим охлаждения цилиндра; 4, 5, 6 – стационарный режим при заданной температуре поверхности цилиндра

Для оценки скорости остывания цилиндра приведем зависимость температуры поверхности тела от времени при погружении в воду.

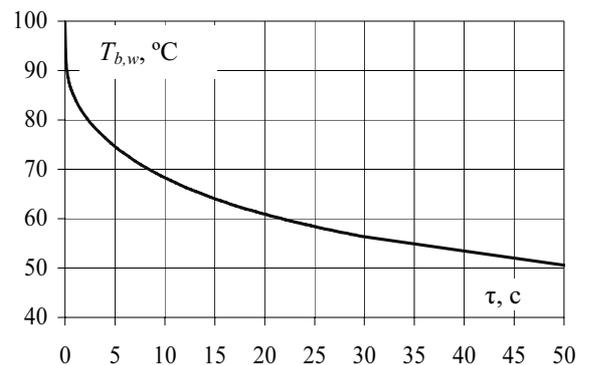


Рис. 3. Зависимость температуры поверхности цилиндра $T_{b,w}$ от времени при остывании в воде

Показательными являются также графики зависимости градиента температуры от координаты x при различных значениях температуры цилиндра (рис. 4).

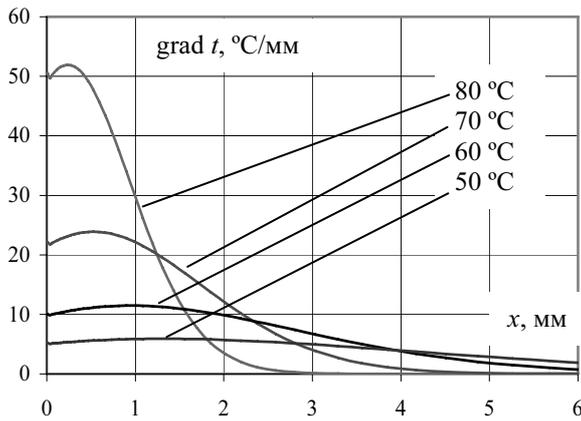


Рис. 4. Зависимость градиента температуры в жидкости от координаты x при различных температурах цилиндра в режиме остывания

Из графиков рис. 2 видно, что в переходном процессе остывания цилиндра происходит увеличение толщины теплового пограничного слоя от $\delta_T \approx 1$ мм при $T_{b,w} = 90$ °С до $\delta_T \approx 5-6$ мм при $T_{b,w} = 50$ °С. В начальные моменты времени (например, $\tau \approx 2$ с, $T_{b,w} = 90$ °С) жидкость на расстояниях $x > 1-2$ мм не успевает прогреться, поэтому тепловой пограничный слой оказывается значительно тоньше, а градиент температуры выше, чем в случае стационарной естественной конвекции при той же температуре поверхности тела ($T_{b,w} = 90$ °С). Для сравнения на рис. 2 нанесены кривые, полученные для стационарных режимов свободной конвекции у тела с температурой 90, 70 и 50 °С. При относительно больших временах ($\tau \approx 50$ с, $T_{b,w} = 50$ °С), напротив, жидкость на расстояниях $x \approx 7-9$ мм оказывается несколько «перегретой» по сравнению со случаем стационарной конвекции при $T_{b,w} = 50$ °С, а толщина пограничного слоя превосходит соответствующие «стационарные» значения. В масштабе рис. 2 эти различия не заметны.

3. РЕФРАКЦИЯ ЛАЗЕРНОЙ ПЛОСКОСТИ В ТЕПЛОМ СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ

3.1. Основные теоретические положения

Для сравнения теории и эксперимента по компьютерно-лазерному рефракционному (КОЛАР) методу [7] проводилось численное моделирование рефракции лазерной плоскости (ЛП) (семейства геометрооптических лучей, лежащих в одной плоскости) в пограничном слое около нагретого шара. Модель лазерной плоскости используется для описания распространения лазерного пучка с эллиптическим сечением при условии, что одна ось эллипса много больше другой.

Зависимость показателя преломления воды от температуры $n(t)$ для $\lambda=0,6328$ мкм описывается выражением, полученным на основе данных [8]:

$$n(t) = 1,3328 - 0,000051t - 0,0000011t^2,$$

а температуры в пограничном слое функцией, аппроксимирующей результаты описанного выше численного моделирования:

$$t(r) = t_0 + \Delta t e^{-\frac{(r-R-\Delta R)^2}{a^2}},$$

где t_0 , Δt , ΔR , a – параметры модели температурного поля, R – радиус шара. Параметры модели приведены в табл.1.

Таблица 1. Параметры модели температурных полей

$T_{b,w}$, °С	t_0 , °С	Δt , °С	ΔR , мм	a , мм
90	20,0	94,6	-0,221	0,400
80	20,0	77,8	-0,653	1,281
70	20,0	63,3	-1,066	2,267
60	20,0	49,1	-1,669	3,680
50	20,0	38,2	-2,678	5,592

Геометрия задачи иллюстрируется рис. 5. Лазерная плоскость, перпендикулярная оси OX , распространяется вдоль оси OZ . Начало координат совмещено с центром нагретого шара. Проекция ЛП наблюдается на экране, перпендикулярном оси OZ и расположенном на расстоянии z_1 от начала координат.

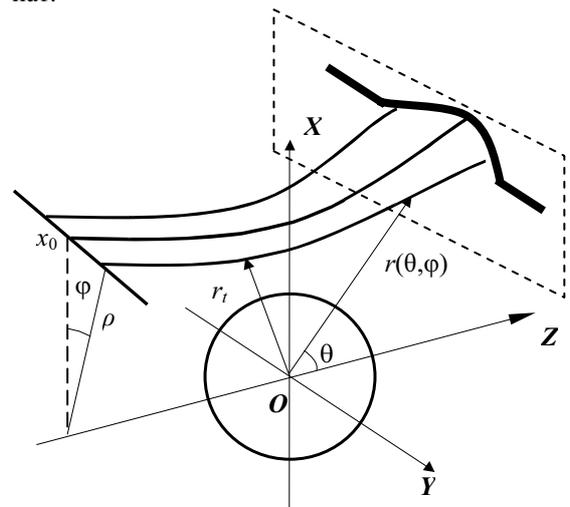


Рис. 5. Геометрические параметры задачи

При $z = z_0$ уравнение лазерной плоскости: $x = x_0$. Прицельный параметр, лежащего в этой плоскости луча определяется параметром φ и равен $\rho = \frac{x_0}{\cos \varphi}$.

При сферической симметрии этот луч остается в плоскости, задаваемой параметром φ , и его траектория определяется зависимостью $r(\theta, \varphi)$.

Траектории лучей рассчитываются на основе соотношений, описывающих распространение луча в сферической неоднородности [9]. Точка поворота в рассматриваемом случае определяется минимальным расстоянием r_t от луча до начала координат (центра неоднородности) и находится из уравнения

$r_t n(r_t) = n_0 \rho_0$. Радиальная координата луча при входе в среду ($z = z_0$) равна

$$r_0(\varphi) = \sqrt{\frac{x_0^2}{\cos^2 \varphi} + z_0^2}.$$

Угол θ_0 характеризует направление луча при входе в среду:

$$\theta_0(\varphi) = \frac{\pi}{2} + \arctg \frac{z_0 \cos \varphi}{x_0},$$

угол θ_t , соответствующий точке поворота:

$$\theta_t(\varphi) = \theta_0(\varphi) + \int_{r_0(\varphi)}^{r_t(\varphi)} \frac{n_0 x_0 dr}{r \cos \varphi \sqrt{n^2(r) r^2 - n_0^2 \frac{x_0^2}{\cos^2 \varphi}}}.$$

Уравнение луча до точки поворота:

$$\theta(r, \varphi) = \theta_0(\varphi) + \int_{r_0(\varphi)}^r \frac{n_0 x_0 dr}{r \cos \varphi \sqrt{n^2(r) r^2 - n_0^2 \frac{x_0^2}{\cos^2 \varphi}}}.$$

Уравнение луча после точки поворота:

$$\theta(r, \varphi) = \theta_t(\varphi) + \int_r^{r_t(\varphi)} \frac{n_0 x_0 dr}{r \cos \varphi \sqrt{n^2(r) r^2 - n_0^2 \frac{x_0^2}{\cos^2 \varphi}}}.$$

На экране, расположенном на дистанции z_1 , радиальная координата $r(z_1, \varphi)$ определяется из уравнения $r \cos \theta(r, \varphi) = z_1$, а координаты проекции плоскости из уравнений

$$x(z, \varphi) = r(z, \varphi) \sin \theta(r(z, \varphi), \varphi) \cos \varphi,$$

$$y(z, \varphi) = r(z, \varphi) \sin \theta(r(z, \varphi), \varphi) \sin \varphi.$$

3.2. Результаты компьютерного моделирования

Численные расчеты проводились для указанных в табл.1 параметров температурных полей. На рис. 6 представлены проекции лазерной плоскости, прошедшей на расстоянии 0,24 мм от дна шара радиусом 19,5 мм, при разных расстояниях до экрана z_1 для модели распределения температуры, соответствующей $T_{ц} = 80$ °С.

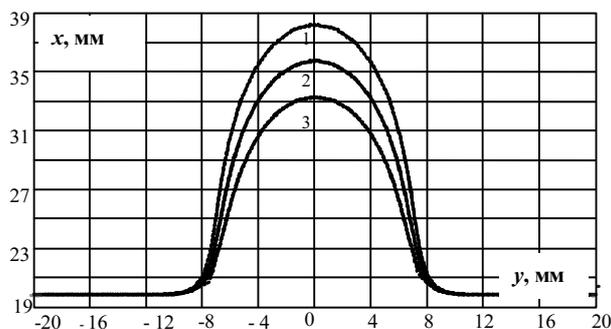


Рис. 6. Проекция ЛП при $x_0 = 19,74$ мм: 1 – $z_1 = 114$ мм; 2 – $z_1 = 153$ мм; 3 – $z_1 = 192$ мм

Проведенный анализ показывает, что на основе полученных данных о распределении температуры можно рассчитывать рефрактограмму лазерной плоскости, которую можно в дальнейшем сравнивать с экспериментальной.

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

4.1. Описание экспериментальной установки

Для исследования нестационарной естественной конвекции в жидкости вблизи нагретых тел на кафедре физики им. В.А. Фабриканта была создана экспериментальная установка, внешний вид которой приведен на рис. 7.

Лазерная плоскость формируется в блоке 1 и направляется под нагреваемым цилиндром 3, находящемся в кювете 2 с водой. Проекция лазерной плоскости наблюдаются на экране 4 и фотографируются цифровой камерой 7. Температура цилиндра измеряется с помощью термопары и отображается на цифровом индикаторе 5, время измеряется секундомером 6. Полученные рефрактограммы вводятся в компьютер для дальнейшей обработки. Методика измерений состоит в нагревании цилиндра до 100 °С, погружении его в жидкость и регистрации деформации лазерной плоскости.

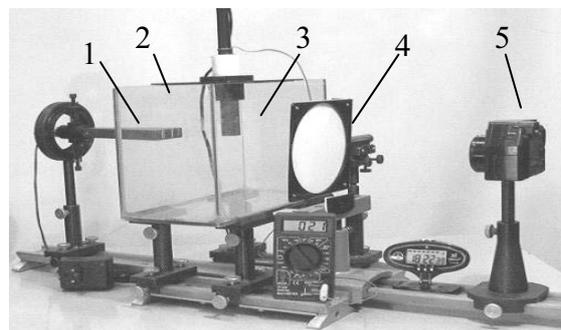


Рис. 7. Внешний вид установки

4.2. Результаты эксперимента и их сравнение с расчетом

Приведем некоторые экспериментальные результаты и их сравнение с расчетом (см. п. 3.2). На рис. 8 приведены графики зависимости температуры поверхности цилиндра от времени.

Из приведенных зависимостей видно, что имеется некоторое расхождение расчета и эксперимента: на начальном этапе быстрее происходит остывание по результатам расчета, чем по данным эксперимента, тогда как далее кривые пересекаются и экспериментально наблюдаемое остывание происходит более медленно.

На рис. 9 приведены графики зависимости максимального смещения элемента ЛП в функции времени при расстоянии от кюветы до плоскости регистрации $L = 44$ мм. На рис. 10 приведены результа-

ты сравнения профилей лазерной плоскости, рассчитанного теоретически и измеренного экспериментально. Видно хорошее согласие расчета и эксперимента.

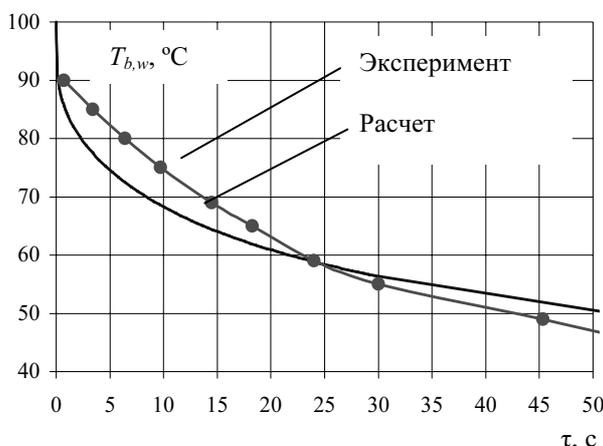


Рис. 8. Зависимость температуры цилиндра от времени

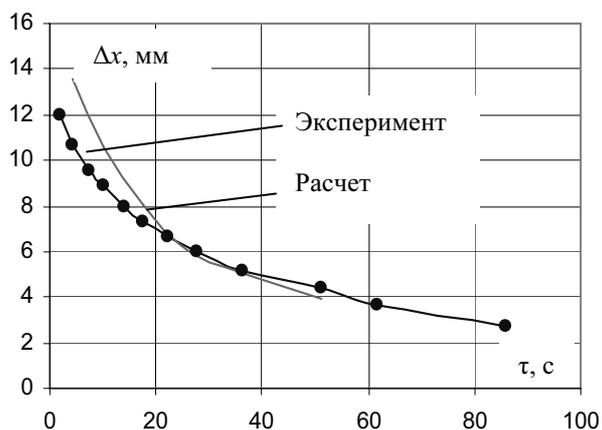


Рис. 9. Зависимость максимального смещения ЛП от времени

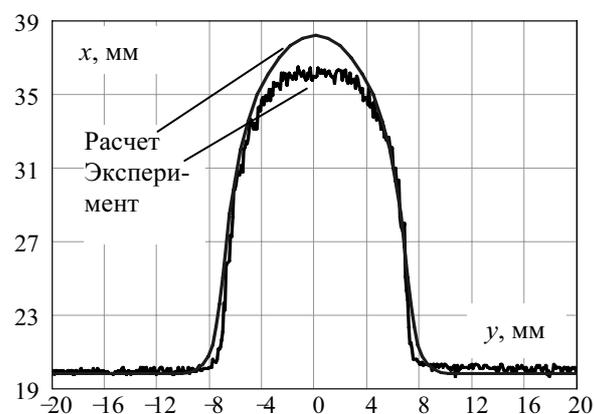


Рис. 10. Сравнение экспериментального и расчетного профилей ЛП ($T_{b,w} = 80^\circ\text{C}$, $L = 122\text{ мм}$)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты расчета распределения температуры в пограничном слое около нагретого цилиндра показывают на необходимость учета изменения оптических и теплофизических свойств жидкости в пределах пограничного слоя.

Разработанный метод компьютерного моделирования распространения лазерной плоскости в сферическом пограничном слое на основе решения волнового уравнения в геометрикооптическом приближении является более точным, чем приближенные методы, которые использовались ранее в градиентной рефрактометрии.

Разработанная экспериментальная установка позволяет визуализировать тепловые пограничные слои в жидкости около нагретых тел как в стационарном, так и в нестационарном режимах течения.

Метод сопоставления расчетной рефрактограммы ЛП с экспериментально полученной при изучении естественной конвекции в жидкости около нагретых (охлажденных) тел позволяет проводить сравнение экспериментальных результатов с теоретическими без решения обратной задачи.

Дальнейшее развитие КОЛАР метода позволит осуществить оперативное исследование температурных полей при свободной конвекции около различных нагретых или охлажденных тел в нестационарных режимах и проводить проверку гипотез, положенных в основу расчетных методов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (грант №1109).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Свободноконвективные** течения, тепло- и массообмен / Б. Гербхарт, Й. Джалурия, Р. Махаджан, Б. Саммакин: Пер. с англ. Кн.1. М.: Мир, 1991.
2. **Полежаев В.И.** Конвекция и теплообмен в околосферической области: результаты исследований в земных и космических условиях // Труды РНКТ-3. 2002. Т.1. С.94-99.
3. **Хауф В., Григуль У.** Оптические методы в теплопередаче. М.: Мир, 1973.
4. **Ринкевичюс Б.С.** Лазерная диагностика потоков. М.: Издательство МЭИ, 1990.
5. **Исследование нестационарного температурного поля при естественной конвекции КОЛАР методом** / В.И. Артемов, О.А. Евтихиева, К.М. Лапицкий, Б.С. Ринкевичюс, А.В. Толкачев, Г.Г. Яньков // Труды VII МНТК ОМИП 2005 / Под. ред. Ю.Н. Дубнищева, Б.С. Ринкевичюса. М.: МЭИ, 2005. С. 478-481.
6. **Артемов В.И., Яньков Г.Г., Карпов В.Е., Макаров М.В.** Численное моделирование процессов тепло- и массообмена в элементах теплотехнического и энергетического оборудования // Теплоэнергетика. 2000. №7. С. 52-59.
7. **Компьютерно-лазерный рефракционный метод исследования оптически неоднородных потоков** / О.А. Евтихиева, А.И. Имшенецкий, Б.С. Ринкевичюс, А.В. Толкачев // Измерительная техника. 2004. № 6. С. 15-19.
8. **Лейкин М.В., Молочников Б.И., Морозов В.Н., Шакарян Э.С.** Отражательная рефрактометрия. Л.: Машиностроение, 1983.
9. **Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И.** Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980.