

А.Б. Шадрин<sup>1</sup>, Ю.М. Голдобин<sup>2</sup>, Е.Ю. Павлюк<sup>2</sup>, Г.П. Ясников<sup>2</sup>

Магнитогорский государственный университет, Россия (1)

ГОУ ВПО «Уральский государственный технический университет – УПИ», Россия (2)

## АВТОМОДЕЛЬНЫЙ РЕЖИМ ГОРЕНИЯ ПОЛИДИСПЕРСНОГО ТВЕРДОГО ТОПЛИВА В СТАЦИОНАРНОМ ПОТОКЕ

### АННОТАЦИЯ

На основе кинетического уравнения для функции распределения частиц по радиусам проведен анализ автомодельного режима горения полидисперсного твердого топлива в одномерном стационарном потоке. Получены выражения текущей и начальной автомодельных функций распределения. Получены уравнения в конечном виде, описывающие режимы горения. Проведено сравнение расчетов с экспериментальными данными по сжиганию антрацитовых пыли в топках котлов.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Предполагается, что исходная пыль состоит из сферических частиц различных размеров, внутренние реакции отсутствуют, горение идет лишь по первичной реакции с образованием двуоксида углерода, скорость реакции имеет первый порядок по кислороду, горение считается квазистационарным и автомодельным. Пыль вдвигается в среду разбавленного окислителя с начальной температурой выше температуры воспламенения, время индукции не учитывается.

### 2. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА ДОЛИ НЕСГОРЕВШЕГО ТОПЛИВА

Для одномерного стационарного течения потока в канале без учета скольжения фаз кинетическое уравнение для функции распределения  $f(x, r)$  принимает вид [1]

$$v(x) \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial r} (Wf) = 0, \quad (1)$$

где  $v(x)$  – скорость среды;  $W = dr/dt$  – скорость изменения радиуса частиц в результате реакции горения.

Для  $f$  в (1) должно выполняться условие нормировки

$$\left. \begin{aligned} n(x) &= n_0 \int_0^{\infty} f(x, r) dr, & n(x) &= \frac{dN(x)}{dx}, \\ n(0) &= n_0, & f(0, r) &= f_0(r), & \int_0^{\infty} f_0(r) dr &= 1, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $n(x)$ ,  $n_0$  – текущее и начальное число частиц в единице массы смеси;  $N(x)$  – интегральное распределение частиц вдоль канала.

Во многих задачах скорость  $W$  можно представить в виде произведения  $W = \omega(x)\Omega(r)$  [2, 3]. Это позволяет проинтегрировать (1) методом

разделения переменных Фурье, также представив  $f$  в виде  $f(x, r) = \Phi(x)R(r)$ . На стабилизированном участке канала ( $x \geq 0$ ) устанавливается автомодельный режим. Автомодельная функция распределения представляется в виде [1]

$$f(x, r) = f_0(r) \exp \left( a \int_0^x \frac{\omega}{v} dx \right), \quad (3)$$

где начальная функция распределения

$$f_0(r) = f(0, r) = A\Omega^{-1}(r) \exp \left( -a \int \Omega^{-1}(r) dr \right). \quad (4)$$

Доля непрореагировавших частиц  $y$  для автомодельного режима определяется как

$$y = \frac{n(x)}{n_0} = \int_0^{\infty} f(x, r) dr = \exp \left( a \int_0^x \frac{\omega(x)}{v(x)} dx \right). \quad (5)$$

В автомодельном режиме не изменяются моменты  $\langle r^n \rangle = \langle r^n \rangle_0$ , а меняется только число частиц  $n(x)$ . Угловые скобки обозначают усреднение по  $f$  и  $f_0$ . Тогда доля непрореагировавших частиц  $y(x)$  может быть связана с массовыми расходами топлива при постоянном расходе смеси [1].

В нестационарных процессах пространственно однородных систем нужно в (5)  $x$  заменить на  $t$  и положить  $dx/v = dt$  [1, 4]. Из (5) получается дифференциальное уравнение для расчета доли несгоревшего по длине канала топлива

$$\frac{dy}{dx} = a \frac{\omega(x)}{v(x)} y. \quad (6)$$

Выражение для  $a$  определяется конкретным видом начальной функции распределения  $f_0(r)$ , а связь  $\omega(x)$  с  $y(x)$  – кинетикой горения одиночной частицы.

Скорость горения одиночной частицы записывается в виде

$$W(r, t) = \frac{dr}{dt} = - \frac{1}{\frac{1}{k} + \frac{1}{\alpha_d}} \frac{\beta C_K}{\rho_c}, \quad (7)$$

где  $k = k_0 \exp \left( -E/RT_c \right)$ ;  $\alpha_d = Nu_d D / 2r$ .

Использование соотношения (7) не позволяет решить уравнение (1) методом разделения Фурье и требует привлечения численных методов, однако (1) можно решить в конечном виде для предельных случаев горения – диффузионного и кинетического.

## 2.1. Диффузионный режим горения

Скорость диффузионного горения одиночной частицы определится из (7)

$$W(t,r) = -\frac{\beta C_k}{\rho_{\text{ч}}} \cdot \frac{Nu_{\text{д}} D}{2r}, \quad (8)$$

где  $C_k = C_{k0} \left( \frac{273}{T_{\text{ср}}} \right)$ ;  $D = D_0 \left( \frac{T_{\text{ср}}}{273} \right)^2$ .

Для диффузионного критерия Нуссельта в широком диапазоне изменения скоростей омывания частиц газами справедлива эмпирическая зависимость  $Nu_{\text{д}} = 2 + br^m$ .

Представляет интерес случай малых чисел Рейнольдса ( $Nu_{\text{д}} = 2$ ), который имеет место при сжигании угольной пыли в топках котлов.

Скорость горения одиночной частицы можно представить в виде

$$W(t,r) = -\frac{\beta C_{k0} D_0}{r \rho_{\text{ч}}} \cdot \frac{T_{\text{ср}}(x)}{273} = \Omega(r) \cdot \omega(x) \quad (9)$$

где  $\Omega(r) = -\frac{1}{r}$ ;  $\omega(x) = -\frac{\beta C_{k0} D_0}{\rho_{\text{ч}}} \cdot \frac{T_{\text{ср}}}{273}$ .

Автомодельная функция распределения будет

$$f(x,r) = A \cdot r \cdot \exp\left[-\frac{a \cdot r^2}{2}\right] \exp\left[a \int_0^x \frac{\omega(x)}{v(x)} dx\right]. \quad (10)$$

а начальная ( $x=0$ )

$$f(0,r) = f_0(r) = A \cdot r \cdot \exp\left[-\frac{a \cdot r^2}{2}\right]. \quad (11)$$

После определения моментов порядка  $n$ , из условия нормировки (2) следует  $A=a$ , а из условия  $n=1$  автомодельные параметры

$$a = \frac{2\Gamma^2\left(\frac{3}{2}\right)}{\langle r \rangle^2}; \quad \langle r^n \rangle = \langle r^n \rangle_0 = \frac{\langle r \rangle^n \Gamma\left(\frac{n+2}{2}\right)}{\Gamma^n\left(\frac{3}{2}\right)}, \quad (12)$$

где  $\Gamma$  – гамма-функция.

Доля несгоревшей массы топлива по длине канала определится из (6), в котором связь  $T_{\text{ср}}(x)$  с  $y(x)$  получается из рассмотрения теплового баланса системы в пренебрежении теплом, идущим на нагрев топлива.

$$(\dot{M}_{\text{ин}} c_{\text{ин}} + \dot{M}_{\text{к}} c_{\text{к}} + \dot{M}_{\text{пг}} c_{\text{пг}}) \frac{dT_{\text{ср}}(x)}{dx} = -Q_R \frac{dM_{\text{т}}}{dx}, \quad (13)$$

где  $\dot{M}_{\text{ин}}$ ,  $\dot{M}_{\text{к}}$ ,  $\dot{M}_{\text{пг}}$ ,  $\dot{M}_{\text{т}}$  – массовые расходы инертного газа (азота воздуха), кислорода и продуктов сгорания и топлива;  $Q_R$  – теплота сгорания топлива.

При введении обозначений,

$$c_{\text{пр}} = \frac{m_{\text{т}}}{m_{\text{к}}} c_{\text{к}} + \frac{m_{\text{т}}}{m_{\text{пг}}} c_{\text{пг}}, \quad \mu = \frac{\dot{M}_{\text{т}0}}{\dot{M}_{\text{ин}}}, \quad \text{где } m_{\text{т}}, m_{\text{к}}, m_{\text{пг}} -$$

молекулярные массы углерода, кислорода и продуктов горения, уравнение (13) приводится к виду

$$[1 + \mu(c_{\text{пр}}/c_{\text{ин}})(1-y)] dT_{\text{ср}}(x) = -Q_R dy(x). \quad (14)$$

Упрощенное уравнение связи  $T_{\text{ср}}(x)$  с  $y(x)$  из решения (14) получается в виде [5]

$$T_{\text{ср}}(x) = T_{\text{ср},0} + \theta^*(1-y), \quad (15)$$

где  $\theta^* = \mu \frac{Q_R}{c_{\text{ин}}}$ .

Тогда, выразив концентрацию кислорода через концентрацию топлива  $c_{\text{т}0}$  и долю несгоревшей массы  $y$ , получим дифференциальное уравнение для определения  $y(x)$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{k}{v(x)} y^2 [1 + k^* - k^* y] = 0, \quad (16)$$

где  $k = a^* T_{\text{ср},0}$ ;  $a^* = \frac{a C_{\text{т}0} D_0}{\rho_{\text{ч}} 273}$ ;  $k^* = \frac{\theta^*}{T_{\text{ср},0}}$ .

Приближенное решение (16) при начальных условиях  $x=0$ ;  $y=1$  имеет вид

$$\int_0^x \frac{dx}{v(x)} = \frac{1}{k(1+k^*)} \cdot \left[ \frac{1}{1+k^*} \ln \left| \frac{1+k^*(1-y)}{y} \right| + \frac{1-y}{y} \right], \quad (17)$$

по которому легко определить координату выгорания  $x$ , если принять  $v=v_0=\text{const}$ .

Проведено сравнение расчетов по (17) с экспериментальными данными по сжиганию полидисперсных антрацитовых частиц в топке котла ТП-70 [6]. В расчетах использованы теплофизические характеристики антрацитовой пыли, приведенные в [6].

Результаты расчетов для различных начальных средних диаметров частиц представлены на рис. 1 в виде зависимости  $y$  от относительной длины факела

$\bar{x} = \frac{x}{l_{\text{ф}}}$ , где  $l_{\text{ф}}$  – полная длина факела в топке.

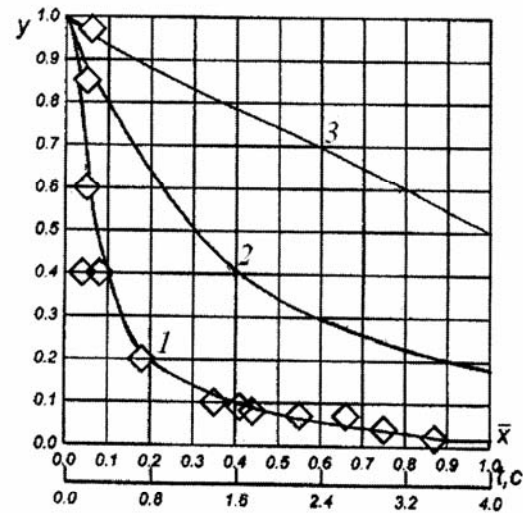


Рис. 1. Выгорание пыли антрацита. Кривые – расчет по (17); точки – экспериментальные данные [6]; средний начальный размер частиц: 1 – 44 мкм; 2 – 100 мкм; 3 – 200 мкм.

На выходе из топки при  $\bar{x}=1$  доля несгоревшего топлива по (17) составляет  $y_{\bar{x}=1} \approx 0,035 \div 0,04$ , то есть  $\sim 3,5 \div 4\%$ , что согласуется с механическим недожогом  $q_4$  для камерных топок ( $q_4 \approx 4\%$ ). Недожог связан с тем, что

время пребывания крупных частиц в топке составляет  $t=4$  с, хотя время полного сгорания крупных частиц может быть значительно больше, о чем свидетельствуют расчетные кривые для частиц с большими начальными средними размерами (кривые 2 и 3).

## 2.2. Кинетический режим горения

Скорость горения одиночной частицы можно представить в виде

$$W(t, r) = -\frac{\beta C_k}{\rho_{\text{ч}}} k_0 \exp\left[-\frac{E}{RT_{\text{ч}}}\right] = \Omega(r)\omega(x), \quad (18)$$

где  $\Omega(r)=1$ ;  $\omega(x) = -\frac{\beta C_k}{\rho_{\text{ч}}} k_0 \exp\left[-\frac{E}{RT_{\text{ч}}}\right]$ .

Автомоделная функция распределения имеет вид

$$f(x, r) = A \exp[-ar] \exp\left[a \int_0^x \frac{\omega(x)}{v(x)} dx\right] \quad (19)$$

При  $x=0$  имеем начальную функцию распределения частиц по радиусам  $f_0(r)$ .

Автомоделные параметры ( $n=1$ )

$$a = \frac{1}{\langle r \rangle_0}; \quad \langle r^n \rangle = \langle r^n \rangle_0 = \langle r \rangle_0^n \Gamma(n+1), \quad (20)$$

а дифференциальное уравнение для  $y(x)$  получается из (6) с использованием (13), (15) и имеет вид

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{a^* \exp\left[-\frac{E}{RT_{\text{ч}}}\right]}{v(x)[T_{\text{ср},0} + \theta^*(1-y)]} y^2, \quad (21)$$

где  $a^* = a \frac{c_{\text{т}0} k_0 273}{\rho_{\text{ч}}}$ ;  $\theta^* = \mu \frac{Q_R}{c_{\text{ин}}}$ .

Температура частиц  $T_{\text{ч}}$  в процессе горения может значительно превышать температуру среды  $T_{\text{ср},0}$ , особенно при высоких концентрациях кислорода, имеющих место на начальном участке, когда выгорает основная масса топлива. Превышения температуры частиц можно оценить по эмпирической формуле Бабия В.И. и Ивановой И.П.

$$\Delta T_{\text{ч}} = 0,206(1900 - T_{\text{ср},0})^{0,74} d_{\text{ч}}^{-0,16} C_k, \quad (22)$$

в которой  $d_{\text{ч}}$  – диаметр частиц, мм,  $C_k$  – концентрация кислорода, %. Согласно (22) среднее превышение температуры  $\Delta T_{\text{ч}}$  для частиц с  $d=30$  мкм в области сжигания основной массы топлива составляет  $\sim 600$  °С.

На рис. 2. приведено сравнение расчетных по (21) и экспериментальных данных по сжиганию антрацитовый пыли с начальным средним размером частиц  $d_0=30$  мкм в топке котла ТП-230-2 [6]. В расчетах использованы режимные данные [6].

Интенсивность работы топочного объема в [6] характеризуется изменением скорости выгорания топлива по относительной длине факела  $\bar{x}$ .

Скорость выгорания  $\left(-\frac{dy}{dx}\right)$  можно определить по

уравнениям (16) и (21) при постоянной скорости смеси  $v(x)=v_0$ . Результаты расчетов приведены на рис. 3. в виде расчетных точек, а кривые – построены по обработке экспериментальных данных и приведены в [6].

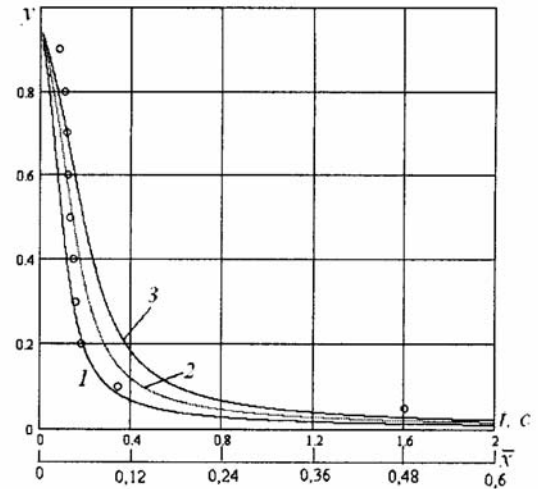


Рис. 2. Выгорание полидисперсной антрацитовый пыли в топке котла ТП-230-2. точки – эксперимент [6]; кривые – расчет по (37) для частиц диаметром: 1 – 20 мкм; 2 – 30 мкм; 3 – 40 мкм.

Из рис. 3. следует, что горение топлива для мелких частиц заканчивается на относительной длине факела  $\bar{x}=0,3$  (котел ТП-230-2), а для более крупных частиц - на длине  $x=0,55 \pm 0,6$ .

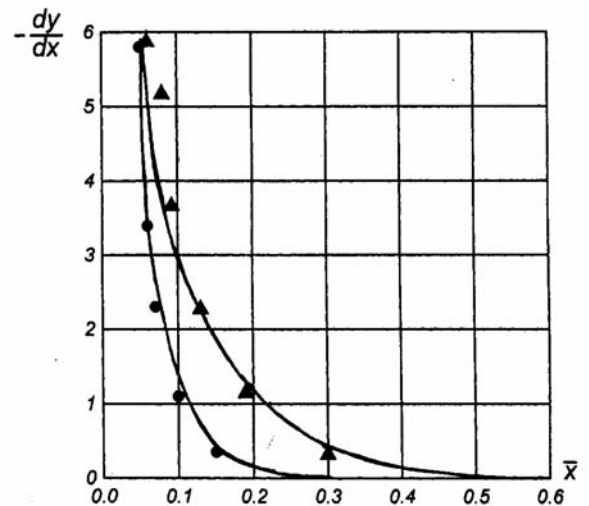


Рис. 3. Интенсивность работы топочного объема. 1 – котел ТП-230-2; 2 – котел ТП-70 [6]. Точки: ● - расчет по (21); ▲ – по (16).

Расчетный анализ изменения скорости горения безразмерной массы топлива показывает, что максимальная скорость достигается при выгорании  $\sim 60$  % топлива.

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сравнение расчетных и экспериментальных данных по выгоранию полидисперсной антрацитовой пыли в диффузионном и кинетическом режимах показывает, что для анализа процесса горения полидисперсных топлив достаточно использовать автоматическую функцию распределения частиц по радиусам. Полученные формулы позволяют оценить скорости и степень выгорания полидисперсных топлив.

### СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

$A, a$  – константы;  
 $\alpha_d$  – коэффициент диффузионного обмена, м/с;  
 $k_0$  – предэкспоненциальный множитель, м/с;  
 $E$  – энергия активации, кДж/кмоль;  
 $R$  – газовая постоянная, кДж/(кмоль·К);  
 $T_c, T_{cp}, T_{cp,0}$  – средняя температура частиц, среды текущая и начальная, К;  
 $Nu_d$  – диффузионный критерий Нуссельта;  
 $D, D_0$  – коэффициент диффузии кислорода текущий и начальный, м<sup>2</sup>/с;  
 $\beta$  – отношение молекулярных масс углерода и кислорода;  
 $C_k, C_{k0}, C_{r0}$  – концентрация кислорода текущая, начальная и концентрация топлива, кг/м<sup>3</sup>;  
 $c_{ин}, c_k, c_{пг}, c_{пр}$  – теплоемкости инертного газа (азота), кислорода, продуктов сгорания и приведенная, кДж/(кг·к);  
 $r$  – радиус частиц, м;  
 $x$  – координаты потока, м.  
Индексы:  
0 – начальный; ин – инертный газ; к – кислород; пг – продукты горения; пр – приведенный; ср – среды; ч – частицы.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Автомодельный** режим эволюции ансамбля полидисперсных частиц / Шадрина А.Б., Голдобин Ю.М., Ясников Г.П. // Вестник МаГУ. Периодический журнал. Магнитогорск: МаГУ, 2004, вып. 5. С. 296-298.
2. **Buyevich Yu.A., Goldobin Yu.M., Yasnikov G.P.** Evolution of particulate system governed by exchange with its environment // Mass transfer. 1994. Vol. 37., №18. P.3003-3014.
3. **Стернин Л.Е.** Основы гидродинамики двухфазных течений в соплах. М.: Машиностроение, 1974. 212 с.
4. **Ясников Г.П.** О кинетике автоматического режима испарения полидисперсной системы капель // ИФЖ. 1982. Т. 42, №2. С-243-250.
5. **Голдобин Ю.М.** О кинетике горения полидисперсной коксовой пыли // ИФЖ. 1986. Т. 50, №1 С. 114-120.
6. **Шагалова С.Л., Тимошинин Ю.А., Резник В.А., Шницер И.Н.** Экспериментальное исследование процесса горения пыли АШ в топках мощных паровых котлов // Теплоэнергетика. 1963. №2. С. 2 - 9.