

ТЕПЛООБМЕН МЛЕКОПИТАЮЩИХ С ВОЗДУШНОЙ СРЕДОЙ: ОПЫТ УКРУПНЕННОЙ ОЦЕНКИ

АННОТАЦИЯ

Обработка огромного массива информации о метаболизме животных позволила биологам описать его гомогенными функциями. В работе предложены простейшие тепловые модели, дана численная оценка факторов теплообмена, показаны границы терморегуляции. Установлено, что тепловых ограничений на существование животных массой до 10^5 кг в воздушной среде не существует.

1. ВВЕДЕНИЕ

Толчком к появлению работы послужило знакомство автора с монографией [1], где тепловые потоки на поверхности тел млекопитающих, рептилий, птиц и других животных представлены в виде гомогенных функций от их размеров и массы. Выявлены также связи поверхности теплообмена с массой тела животного. Биологи обработали огромные объемы экспериментальной информации, поэтому полученные в работе [1] зависимости используются без обсуждения; формулы лишь приведены к виду, включающему основные единицы системы СИ – килограммы и метры.

Разнообразие форм живых организмов исключает детальное моделирование теплообмена. Далее используются только известные (включая «инженерные», заведомо грубые) соотношения теории теплообмена и простейший математический аппарат

2. ВЫБОР МОДЕЛЬНОГО ТЕЛА

В монографии [1] связь поверхности тела млекопитающего животного $S_{ж}$ с массой его тела $M_{ж}$ представлена в виде $S_{ж}=0.1M_{ж}^{0.67}$ с учетом того, что средняя плотность тела животных близка к плотности воды ($\rho_{ж}\approx 1000\text{кг/м}^3$), будем считать, что

$$S_{ж} = 0.1(V_{ж} \cdot \rho_{ж})^{0.67} = 10V_{ж}^{0.67}. \quad (1)$$

Для сравнения вспомним, что поверхность шара $S_{ш}$ связана с его объемом формулой

$$S_{ш} = 4\pi \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{0.67} \cdot V_{ш}^{0.67} \approx 4.84V_{ш}^{0.67};$$

ясно, что шар не может моделировать геометрию живых существ. Одновременно модель шара является полезным естественным пределом: достаточно вспомнить, как некоторые животные сворачиваются в клубок, стремясь сократить тепловые потери в окружающую среду.

Рассмотрим цилиндр радиусом $R_{ц}$ и длиной $kR_{ц}$; потребуем, чтобы для него выполнялось со-

отношение (1). Это приводит к кубическому уравнению

$$2\pi(k+1)(\pi k)^{-0.67} = 10$$

с двумя вещественными корнями: $k_1=0.2115$, $k_2=36.7$. Цилиндр длиной в 36,7 своего радиуса достаточно близок к бесконечно длинному, соотношение их площадей $S_{ц}/S_{ц\infty}=(k+1)/k$ (Здесь $S_{ц\infty}$ – боковая поверхность бесконечно длинного цилиндра с адиабатными торцами). При $k=36.7$ погрешность не превышает 2.7%, что делает бесконечно длинный цилиндр удобной моделью простейшего уровня. Можно считать цилиндр составным (с учетом слоев шерсти и жира), вводить внутренние тепловые источники и т.д.

3. ВОЗМОЖНОСТИ ТЕРМОРЕГУЛИРОВАНИЯ

Интенсивность метаболизма $P_{ж}$ (биологи понимают под этим суммарный тепловой поток, отводимый в окружающую среду от тела животного, находящегося в покое) связана с массой животного $M_{ж}$ формулой

$$P_{ж} = 3.392 M_{ж}^{0.75}. \quad (2)$$

Если ограничиться допущением о конвективном теплообмене, то тепловой поток на поверхности тела

$$Q_{ж} = P_{ж} = \alpha S_{ж} \Delta T, \quad (3)$$

где α – коэффициент теплоотдачи;

ΔT – температурный напор на поверхности теплообмена.

В условиях свободной конвекции величину α определяют по формуле М.А. Михеева [2], представляющей собой уравнение подобия:

$$Nu = 0.46 Gr^{0.25}, \quad (4)$$

где $Nu = \frac{\alpha \cdot 2R_{ж}}{\lambda}$ – число Нуссельта ($2R_{ж}$ –

«габаритный» размер животного; λ – теплопроводность окружающей среды);

$Gr = \frac{8gR_{ж}^3\Delta T}{\nu^2 \cdot T}$ – число Грасгофа (g – ускорение

свободного падения; ν – кинематическая вязкость среды; T – абсолютная температура среды).

Для оценки примем $T=300\text{К}$; $g=9.81\text{ м}^2/\text{с}$; $\nu=16 \cdot 10^{-6}\text{ м}^2/\text{с}$; $\lambda=0.025\text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$, $R_{ж}\equiv R_{ц}$. С учетом соотношений (1) и (2) получим

$$Q_{ж} = 15.27 \Delta T^{1.25} \cdot V_{ж}^{0.59} = 0.26 M_{ж}^{0.59} \cdot \Delta T^{1.25}. \quad (5)$$

Сопоставляя формулы (5) и (3), получим

$$\Delta T = 7.805 M_{ж}^{0.128}. \quad (6)$$

Если $P_{ж} < Q_{ж}$, то животное может свернуться, съежиться (в пределе – до формы шара); объем не изменится ($V_{ж} \equiv V_{ш}$), а характерный размер станет равным радиусу шара:

$$R_{ж} = R_{ш} = \left(\frac{3V_{ш}}{4} \right)^{0.33} = 0.62 V_{ш}^{0.33}.$$

Уравнение (4) сохранится с точностью до обозначений; при заданных параметрах коэффициент теплоотдачи на поверхности шара составит

$$\alpha_{ш} = 1.159 V_{ш}^{-0.08} \cdot \Delta T^{0.25},$$

а тепловой поток –

$$Q_{ш} = 0.095 \cdot M_{ш}^{0.59} \cdot \Delta T^{1.25}.$$

Поскольку, по смыслу задачи,

$$M_{ш} \equiv M_{ж}, \quad \frac{Q_{ш}}{Q_{ж}} = \frac{0.095}{0.26} = 0.365.$$

Итак, поверхность свернувшегося животного уменьшится в 2.06 раза, а теплоотвод уменьшится в 2.74 раза. Эти величины и определяют глубину терморегулирования.

Соотношение (4) взято достаточно произвольно, а следующая из него зависимость (6) вообще противоречит эксперименту. Например, при $M_{ж} = 100$ кг получаем $\Delta T = 14.1$ К, что, на первый взгляд, реально, но при $T = \text{const}$ температура на поверхности тела связана с массой животного гораздо сложнее.

Учтем в формуле вида (3) вклад теплового излучения:

$$Q_{ж}^{(P)} = \alpha^{(P)} \cdot \Delta T \cdot S_{ж},$$

где $\alpha^{(P)} \approx 2,84 \cdot 10^{-8} \varepsilon_{пр} \cdot (T + T_{ж})^3$ – «радиационный» коэффициент теплоотдачи (здесь $\varepsilon_{пр}$ – приведенная степень черноты системы «животное – среда»; $T_{ж}$ – температура на поверхности тела животного).

Суммарный тепловой поток

$$Q_{ж}^{(\Sigma)} = Q_{ж} + Q_{ж}^{(P)} = \alpha^{(\Sigma)} \cdot \Delta T \cdot S_{ж} = (\alpha + \alpha^{(P)}) \Delta T \cdot S_{ж}.$$

К условиям предыдущего примера добавим $T = 300$ К, $\varepsilon_{пр} = 0.8$; расчет показывает, что $\alpha^{(P)} = 5.25$ Вт/(м²К); $\alpha^{(\Sigma)} = 12.67$ Вт/(м²К), а $Q_{ж}^{(\Sigma)} = 282$ Вт. Поскольку, по формуле (2), $P_{ж} = 107.3$ Вт $\ll Q_{ж}$, разность температур $\Delta T = 14.1$ К «избыточна»; животное замерзнет – либо приспособится, изменив форму тела, отрастив шерсть и т.д. Оценим, на каком уровне установится разность температур ΔT . Анализ формулы для $\alpha^{(P)}$ приводит к трансцендентному уравнению

$$\left[(2.656 M_{ж}^{-0.08} \cdot \Delta T^{0.25}) + 2.84 \cdot 10^{-8} (T_{ж} + T)^3 \right] = 3.392 M_{ж}^{0.75}$$

решение которого представлено на рис. 1.

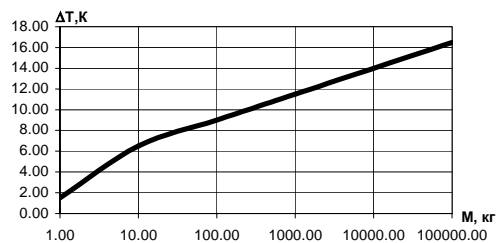


Рис. 1. Зависимость разности температур «поверхность тела – среда» от массы тела млекопитающих (при $T = 300$ К)

Приближение остается грубым (не учтены потоотделение, дыхание и т.д.), но видно, что ΔT возрастает весьма медленно, и даже для огромных животных, таких, как динозавры, перепад температур не превышает 16.5 К, что правдоподобно. Однако расчет следует уточнить: подкожный жир и шерсть заметно влияют на теплоотвод, и однородное тело в качестве модели выступать не может.

4. РОЛЬ ЕСТЕСТВЕННОЙ ТЕПЛОВОЙ ЗАЩИТЫ

У теплокровных животных «температура тела» (т.е. температура внутри тела, практически измеряемая как глубокая ректальная) не зависит ни от размеров, ни от температуры окружающей среды. Этот факт не противоречит приведенным выше результатам, поскольку $T_{ж}$ – температура на поверхности тела. Для оценки теплозащитных свойств шерсти, жира, для оценки «интенсивности теплопроводности» (выражение биологов!) надо рассмотреть более сложные модели.

Рассмотрим модель составного цилиндра (рис. 2).

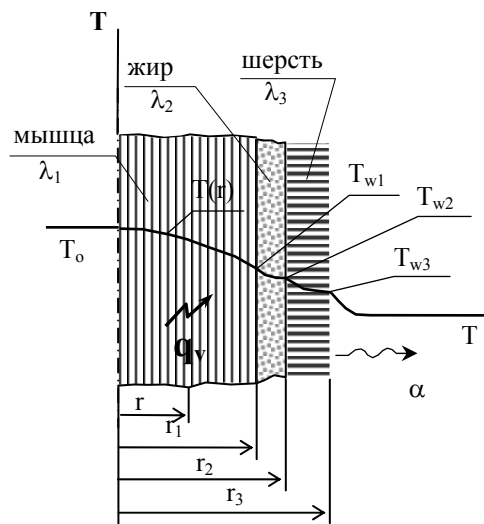


Рис. 2. Составной цилиндр неограниченной длины как модель, учитывающая влияние на теплообмен жира и шерсти

Смысл размеров r_1, r_2, r_3 ясен из рисунка, плотность тепловыделений q_v считаем постоянной в пределах $0 < r < r_1$. Теплопроводности слоев λ_1, λ_2 и λ_3 считаем постоянными и заданными. Температуру T_0 считаем «истинной» температурой в глубине мышечной ткани. Плотность внутренних тепловых источников

$$q_v \approx \frac{P_{жс}}{V_{жс}} = \frac{P_{жс} \cdot \rho_{жс}}{M_{жс}} = 3392 M_{жс}^{-0.25}. \quad (7)$$

Перепад температур в мышечном слое равен [2]

$$T_0 - T_{w1} = \frac{q_v r_1^2}{4\lambda_1}. \quad (8)$$

Если $r_1 \gg (r_3 - r_1)$, то характерный размер $R_{жс} \approx r_1$, и, с учетом равенств раздела 2,

$$R_{жс} = 0.02054 M_{жс}^{0.33}. \quad (9)$$

Положив $\lambda_1 = 0.5$ В/(м К) [4], приведем соотношение (8) к виду

$$T_0 - T_{w1} = \frac{3.392 \cdot M_{жс}^{-0.25} \cdot 0.02054^2 \cdot M_{жс}^{0.67}}{4 \cdot 0.5} = 7.16 \cdot 10^{-4} M_{жс}^{0.42}, K.$$

При $M_{жс} = 10^3$ кг, $T_0 - T_{w1} = 0.013$ К; даже для динозавров (будь они теплокровными) массой $M_{жс} = 10^5$ кг, $T_0 - T_{w1} = 0.09$ К – весьма малое значение; следовательно, температура внутри мышечного слоя выравнивается почти идеально.

На поверхности тела животного плотность теплового потока $Q_{жс}/S_{жс}$ обеспечивается действием внутренних источников (7), поэтому $\alpha \Delta T = 0.0392 M_{жс}^{0.08}$, откуда $T_{w3} - T = \Delta T = 7.805 M_{жс}^{0.128}$ – формально совпадает с формулой (5), но в данном случае температура T_{w3} задается на поверхности шерсти, а перепад $T_{w1} - T_{w3}$ необходимо учесть дополнительно.

Допустим, что $\Delta T = \text{idem}$ для двух животных: одно имеет массу $M_{жс}$ и находится в равновесии со средой при обычной форме тела, а другому, массой M_0 , пришлось свернуться в шар. С учетом оценок раздела 1 получим, что $M_0/M_{жс} = 0.26$ – масса животного, которому «не нужно сворачиваться», почти в 4 раза меньше «мерзнущего». Итак, мелкие животные (и детеныши) защищены от холода лучше, чем крупные. Если $T > T_{w3}$, то изменение тепловыделения скомпенсировать теплоотводом нельзя; используются другие механизмы – или меняется образ жизни (например, в пустынях).

В монографии [1] показано, что удельный (по массе тела) теплоотвод определяется эмпирическим уравнением

$$\frac{Q_{жс}}{(T_{w1} - T)M_{жс}} = 0.24 M_{жс}^{0.5},$$

откуда

$$Q_{жс} = 0.24 M_{жс}^{1.5} (T_{w1} - T) = 0.24 M_{жс}^{1.5} \cdot \Delta T_{жс} \quad (10)$$

Сопоставив формулы (10) и (2), получим

$$\Delta T_{жс} = 1.083 M_{жс}^{-0.91} \cdot \Delta T^{1.25},$$

поэтому

$$\frac{\Delta T_{жс}}{\Delta \tau} = 1.083 \cdot M_{жс}^{-0.91} \cdot \Delta T^{1.25}. \quad (11)$$

Коэффициент теплопередачи через защитные слои (жир и шерсть)

$$k_{жс} = \frac{Q_{жс}}{\Delta T_{жс} \cdot S_{жс}} = 0.024 M_{жс}^{0.83}, \quad (12)$$

откуда можно определить r_2 и r_3 по заданным λ_1, λ_2 и одному из характерных размеров. Величины $k_{жс}$ и $\Delta T_{жс}$ более стабильны, поскольку с температурой среды T связаны весьма слабо.

5. ТЕПЛОКРОВНЫЕ ДИНОЗАВРЫ?

Динозавров в подавляющем большинстве случаев относят к рептилиям; однако в последние годы палеонтологи допустили, что эти животные были теплокровными. Причины для сомнений целиком в компетенции специалистов; исследуем лишь, можно ли было обеспечить тепловой режим существ массой до 10^5 кг, избежав существенного перегрева внутренних органов.

Из графика (рис. 1) следует, что перепад температур на поверхности кожи крупнейших животных ($M_{жс} = 10^5$ кг) составляет 16.7 К, что приемлемо в условиях ночной их активности. Из формулы (11) следует, что $\Delta T_{жс} = 1.083 \cdot M_{жс}^{-0.91} \cdot \Delta T^{1.25} = 1.083 \cdot (10^5)^{-0.91} \cdot 16.7^{1.25} = 1.05 \cdot 10^{-3}$ К, т.е. ничтожно мало; другими словами, подкожного жира у таких животных быть почти не могло во избежание перегрева.

Интенсивность метаболизма составляла

$$P_{жс} = 3.392 \cdot (10^5)^{0.75} = 19075 \text{ Вт},$$

поверхность кожи

$$S_{жс} = 0.1 \cdot (10^5)^{0.67} = 224 \text{ м}^2,$$

а коэффициент теплоотдачи (суммарный)

$$\alpha^{(\Sigma)} = \frac{P_{жс}}{S_{жс} \cdot \Delta T} = \frac{19075}{224 \cdot 16.7} = 5.099 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К}).$$

Как видим, никаких тепловых ограничений на существование теплокровных динозавров не существует.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использованный в работе элементарный математический аппарат позволил сделать достаточно интересные заключения. С его помощью можно решить и другие задачи, например, оценить возможности тепловой защиты, учесть испарительное охлаждение мокрой шерсти и т.д.

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

S – поверхность тела;

M – масса тела;

R – радиус;

Q – тепловой поток;

T – температура;

g – ускорение свободного падения

k – коэффициент теплопередачи;

q_v – объемная плотность теплового источника;

α – коэффициент теплоотдачи;

λ – теплопроводность среды;

ν – кинематическая вязкость среды;

ρ – плотность.

Индексы:

ж – млекопитающие животное;

ш – шар;

ц – цилиндр.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **К. Шмидт-Ниельсен.** Размеры животных: почему они та важны? М., Мир, 1987, 259 с.
2. **С.С. Кутателадзе.** Теплопередача и гидродинамическое сопротивление. Справочное пособие. М., 1990, 366 с.
3. **Г.Н. Дульнев, Э.М. Семьяшкин.** Теплообмен в радиоэлектронных аппаратах. Л., Энергия, 1968, 360 с.
4. **Теплофизические** характеристики пищевых продуктов и материалов. Справочное пособие под ред. проф. А.С. Гинзбурга. М., Пищевая промышленность, 1975, 223 с.