

Московский авиационный институт (государственный технический университет), Россия

ПРЕДЕЛЬНЫЙ ТЕПЛООБМЕН ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ В КАНАЛАХ ЗА СЧЁТ ТУРБУЛИЗАЦИИ ПОТОКА НА БАЗЕ УРАВНЕНИЯ БАЛАНСА ТУРБУЛЕНТНОЙ ПУЛЬСАЦИОННОЙ ЭНЕРГИИ

АННОТАЦИЯ

В работе приведена теоретическая модель предельного изотермического теплообмена при турбулентном течении в каналах за счёт турбуликации потока на базе уравнения баланса турбулентной пульсационной энергии, дополняющая представления о предельном теплообмене как при нелIMITированном сопротивлении [1], так и для лимитированном [2, 3].

1. ВВЕДЕНИЕ

Моделирование предельного теплообмена при турбулентном течении в каналах за счёт турбуликации потока на базе уравнения баланса турбулентной пульсационной энергии особенно важно при определении предельного теплообмена при высоких числах Рейнольдса ($Re > 10^5$).

В данном случае рассматриваются турбулизаторы потока, высота которых меньше или равна толщине пристенного слоя. В этом случае возмущения, сгенерированные турбулизаторами, в ядре потока невелики, следовательно, остаётся справедливой формула для пути смещения $l = \kappa \cdot y$, и логарифмический профиль скорости [4].

2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРЕДЕЛЬНОГО ТЕПЛООБМЕНА

Касательные напряжения трения, согласно Прандтлю [4], равны:

$$\begin{aligned} \tau &= \rho \kappa^2 y^2 \left(\frac{dw_x}{dy} \right)^2 = \rho \kappa^2 w_*^2 \cdot 2.5^2 = \\ &= 6.25 \rho \kappa^2 w_*^2 = const. \end{aligned} \quad (1)$$

Таким образом, в рассматриваемом случае в пристенном слое вне области влияния вязкости, напряжение трения постоянно. Данные, приведённые в [5], позволяют заключить, что для труб с поперечными выступами также справедлив логарифмический закон скорости.

Для рассматриваемого случая предельного теплообмена посредством турбуликации потока поверхностными поперечными турбулизаторами будет справедливо уравнение баланса турбулентной пульсационной энергии [6, 7]:

$$\frac{a}{y} k^{\frac{3}{2}} - b \frac{d}{dy} \left(y k^{\frac{1}{2}} \frac{dk}{dy} \right) - \frac{\tau}{\rho} \frac{dw_x}{dy} = 0. \quad (2)$$

Кинематическая вязкость для несжимаемой жидкости с постоянными теплофизическими свойствами определяется следующей системой (второе выражение детерминировано на основе анализа размерностей):

$$\begin{cases} \frac{\tau}{\rho} = \nu_T \frac{dw_x}{dy}; \\ \nu_T = c \sqrt{k} y. \end{cases} \quad (3)$$

Подставив (3) в (2), получим:

$$\frac{a}{y} k^{\frac{3}{2}} - b \frac{d}{dy} \left(y k^{\frac{1}{2}} \frac{dk}{dy} \right) - \frac{\left(\frac{\tau}{\rho} \right)^2}{c k^{\frac{1}{2}} y} = 0. \quad (4)$$

Т.к. $\tau = const$, то и $k = const$, следовательно, решение уравнения (4) относительно кинетической энергии турбулентного пульсационного движения будет иметь вид:

$$k = \frac{\tau/\rho}{\sqrt{a \cdot c}}. \quad (5)$$

Таким образом, в пристенной области для труб с турбулизаторами кинетическая энергия турбулентного пульсационного движения, так же как и в гладкой трубе, постоянна, что подтверждается существующими опытными данными [5]: постоянство напряжения трения и кинетической энергии турбулентного пульсационного движения объясняется как относительно небольшой высотой выступов, так и их взаимным влиянием.

Для расчёта предельного теплообмена для данных условий необходимо знать величину $\frac{\sqrt{k}}{w_x}$. В работах [8], на основе логарифмического профиля скорости предложена следующая зависимость

$$\frac{\sqrt{k}}{w_x} = 2 \frac{w_*}{w_x} \frac{1 + \ln\left(\frac{y}{R_0} \frac{\text{Re}}{10} \sqrt{\frac{\xi}{8}}\right)}{\left(1 - \frac{h}{R_0}\right)^2}. \quad (6)$$

При предельной турбулизации потока величина $\frac{\sqrt{k}}{w_x}$ будет равна кинетической энергии турбулентного пульсационного движения на границе пристенного слоя, поэтому можно получить зависимость для $\left.\frac{\sqrt{k}}{w_x}\right|_{MAX}$, используя выражение для него, приведённую в [9]:

$$\left.\frac{\sqrt{k}}{w_x}\right|_{MAX} = 2 \sqrt{\frac{\xi}{8}} \frac{1 + \ln\left(\frac{57,5}{\text{Re}^{0,875} \text{Pr}^{0,5}} \sqrt{\frac{\xi}{8}}\right)}{\left(1 - \frac{575}{\text{Re}^{0,875} \text{Pr}^{0,5}}\right)^2}. \quad (7)$$

Теперь, после вывода предварительных выражений, необходимо перейти к определению предельного теплообмена. Согласно [8], предельное число Нуссельта можно представить в следующем виде:

$$Nu_{max} = \frac{\text{Re Pr} \left(1 + \frac{1,75}{8,5 + \text{Pr}}\right) \frac{\nu}{w_x y_0}}{\int_0^{y_1} \frac{d\left(\frac{y}{y_0}\right)}{\frac{1}{\text{Pr}} + \frac{\nu_T}{\nu \text{Pr}_T}}}, \quad (8)$$

где реализуется следующая схема: область непосредственного влияния вязкости и турбулентное ядро.

На границе вязкого подслоя $y=y_0, k=k_0$. Турбулизаторы увеличивают уровень кинетической энергии вблизи стенки и, следовательно, величину турбулентной вязкости.

Величиной y_0 необходимо считать значение y , при котором будет иметь место такое же отношение молекулярной вязкости к турбулентной, как и в гладкой трубе на границе турбулентной и промежуточной областей.

Однако, уровень турбулентности для труб с турбулизаторами выше, чем в гладких трубах, следовательно, значение y_0 будет меньшим. Условная граница влияния вязкости для гладкой трубы равна $\varphi = 40$, поэтому $\nu_T/\nu = 16$. На основании формулы (3) можно записать

$$\frac{y}{R_0} = \frac{8}{c\sqrt{k}} = \frac{8}{c(\sqrt{k}/w_x)\text{Re}}. \quad (9)$$

Для толщины вязкого подслоя в критической точке принимаем $\eta_B = 5$, что обосновано в работах [8]. В соответствии с [10] принимаем для вязкого подслоя закон "четвёртой степени" убывания турбулентной вязкости с расстоянием:

$$\frac{\nu_T}{\nu} = 614 \left(\frac{y}{y_0}\right)^4, \quad (10)$$

а для промежуточного подслоя:

$$\frac{\nu_T}{\nu} = 8 \left(\frac{y}{y_0}\right) - 1. \quad (11)$$

Тогда предельное число Нуссельта примет вид:

$$Nu_{max} = \frac{\text{Re Pr} \left(1 + \frac{1,75}{8,5 + \text{Pr}}\right) \frac{\nu}{w_x y_0}}{\int_1^{y_1} \frac{d\left(\frac{y}{y_0}\right)}{\frac{1}{\text{Pr}} + \frac{\nu_T}{\nu \text{Pr}_T}} + \int_0^1 \frac{d\left(\frac{y}{y_0}\right)}{\frac{1}{\text{Pr}} + \frac{\nu_T}{\nu \text{Pr}_T}}}, \quad (12)$$

Окончательное выражение для предельного числа Нуссельта, после интегрирования и тривиальных преобразований, примет вид, показанный в (13). Подставив в (13) выражение для относительной энергии турбулентного пульсационного движения, получим окончательную формулу для предельного числа Нуссельта (14).

В таблице 1 приведены расчётные значения относительного предельного теплообмена при $\text{Pr}_T = 0,9$ и $c = 0,2$ (согласно [8]) при $\text{Re} = 10^5 \div 10^9$ для $\text{Pr} = 0,72$ и $\text{Pr} = 10$ соответственно. Из материала, приведённого в табл. 1, хорошо видно, что относительный предельный теплообмен мало падает в зависимости от числа Рейнольдса при увеличении последнего выше 10^5 как для воды, так и для газа. Следовательно, предельная интенсификация теплообмена при относительно высоких числах Рейнольдса не является редуccionной по отношению к предельной интенсификации для чисел Re порядка 10^5 .

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение следует сделать анализ методов расчёта предельной изотермической интенсификации теплообмена. Сравниваются следующие методы:

1. моделирование предельного теплообмена на основе формального стремления к бесконечности коэффициента гидравлического сопротивления ($\xi \rightarrow \infty$);
2. метод, основанный на предельной заполненности подслоёв;
3. метод на базе уравнения баланса турбулентной пульсационной энергии.

$$\begin{aligned}
Nu_{\max} = \operatorname{Re} \operatorname{Pr} \left(1 + \frac{1.75}{8.5 + \operatorname{Pr}} \right) \frac{c}{16} \left(\frac{\sqrt{k}}{w_x} \right)_{MLV} & \times \left\{ \frac{\operatorname{Pr}_T^{3/4} \operatorname{Pr}^{1/4}}{4\sqrt{2}614^{3/4}} \left[\ln \left(\frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{8} \sqrt[4]{\frac{\operatorname{Pr}_T}{614\operatorname{Pr}} + \sqrt{\frac{\operatorname{Pr}_T}{614\operatorname{Pr}}}}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{8} \sqrt[4]{\frac{\operatorname{Pr}_T}{614\operatorname{Pr}} + \sqrt{\frac{\operatorname{Pr}_T}{614\operatorname{Pr}}}} \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{\frac{\sqrt{2}}{8} \sqrt[4]{\frac{\operatorname{Pr}_T}{614\operatorname{Pr}}}}{\sqrt[4]{\frac{\operatorname{Pr}_T}{614\operatorname{Pr}} - \frac{1}{64}}} \right) \right] + \frac{\operatorname{Pr}_T}{8} \ln \left(1 + 7 \frac{\operatorname{Pr}}{\operatorname{Pr}_T} \right) + \frac{\operatorname{Pr}_T}{16} \ln \left[\frac{\frac{c}{\left(\frac{\sqrt{k}}{w_x} \right)_{MLV}} \operatorname{Re}}{32} + \frac{\operatorname{Pr}_T}{\operatorname{Pr}} \frac{1}{c \left(\frac{\sqrt{k}}{w_x} \right)_{MLV} \operatorname{Re}}} \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{1 + \frac{\operatorname{Pr}_T}{\operatorname{Pr}} \frac{1}{c \left(\frac{\sqrt{k}}{w_x} \right)_{MLV} \operatorname{Re}}} \right] \right\}^{-1} \quad (13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Nu_{\max} = \operatorname{Re} \operatorname{Pr} \left(1 + \frac{1.75}{8.5 + \operatorname{Pr}} \right) \frac{c}{8} \sqrt{\frac{\xi}{8}} \frac{1 + \ln \left(\frac{57.5}{\operatorname{Re}^{0.875} \operatorname{Pr}^{0.5}} \sqrt{\frac{\xi}{8}} \right)}{\left(1 - \frac{575}{\operatorname{Re}^{0.875} \operatorname{Pr}^{0.5}} \right)^2} & \times \quad (14)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left\{ \frac{\operatorname{Pr}_T^{3/4} \operatorname{Pr}^{1/4}}{4\sqrt{2}614^{3/4}} \left[\ln \left(\frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{8} \sqrt[4]{\frac{\operatorname{Pr}_T}{614\operatorname{Pr}} + \sqrt{\frac{\operatorname{Pr}_T}{614\operatorname{Pr}}}}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{8} \sqrt[4]{\frac{\operatorname{Pr}_T}{614\operatorname{Pr}} + \sqrt{\frac{\operatorname{Pr}_T}{614\operatorname{Pr}}}} \right) + 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{\frac{\sqrt{2}}{8} \sqrt[4]{\frac{\operatorname{Pr}_T}{614\operatorname{Pr}}}}{\sqrt[4]{\frac{\operatorname{Pr}_T}{614\operatorname{Pr}} - \frac{1}{64}}} \right) \right] + \frac{\operatorname{Pr}_T}{8} \ln \left(1 + 7 \frac{\operatorname{Pr}}{\operatorname{Pr}_T} \right) + \right. \\
& \left. + \frac{\operatorname{Pr}_T}{16} \ln \left[\frac{\frac{c \sqrt{\frac{\xi}{8}}}{\left(1 - \frac{575}{\operatorname{Re}^{0.875} \operatorname{Pr}^{0.5}} \right)^2} \operatorname{Re}}{16} + \frac{\operatorname{Pr}_T}{\operatorname{Pr}} \frac{1}{2c \sqrt{\frac{\xi}{8}} \frac{1 + \ln \left(\frac{57.5}{\operatorname{Re}^{0.875} \operatorname{Pr}^{0.5}} \sqrt{\frac{\xi}{8}} \right)}{\left(1 - \frac{575}{\operatorname{Re}^{0.875} \operatorname{Pr}^{0.5}} \right)^2} \operatorname{Re}}} \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{1 + \frac{\operatorname{Pr}_T}{\operatorname{Pr}} \frac{1}{2c \sqrt{\frac{\xi}{8}} \frac{1 + \ln \left(\frac{57.5}{\operatorname{Re}^{0.875} \operatorname{Pr}^{0.5}} \sqrt{\frac{\xi}{8}} \right)}{\left(1 - \frac{575}{\operatorname{Re}^{0.875} \operatorname{Pr}^{0.5}} \right)^2} \operatorname{Re}}} \right] \right\}^{-1}
\end{aligned}$$

Таблица 1. Расчётные значения относительного предельного теплообмена

Re	10^4	$5 \cdot 10^4$	10^5	10^6	10^7	10^8	10^9
	Nu/Nu_{гд}						
Pr = 0.72	4.75	3.49	3.37	3.28	3.31	3.35	3.38
Pr = 10	2.73	2.50	2.46	2.42	2.41	2.40	2.40

В области чисел Рейнольдса $Re = 10^4$ метод расчёта предельного теплообмена, основанный на базе баланса турбулентной пульсационной энергии, даёт несколько завышенные значения относительно метода, основанного на предельной заполненности подслоёв, но расхождение относительно метода, основанного на формальном стремлении $\xi \rightarrow \infty$ составляет 4.7% для воздуха и 6.9% для воды; а в области чисел Рейнольдса $Re=10^5$ метод расчёта предельного теплообмена, основанный на базе баланса турбулентной пульсационной энергии, даёт практически равные значения с методом, основанным на предельной заполненности подслоёв (0.9% для воздуха и 1.2% для воды), но даёт заниженные значения по сравнению с методом, основанным на формальном стремлении $\xi \rightarrow \infty$. Т.о., при математическом моделировании предельного теплообмена посредством турбулизации потока посредством установки периодических поверхностных турбулизаторов потока в области переходного режима, метод на базе уравнения баланса турбулентной пульсационной энергии, соответствует методу, основанному на формальном стремлении к бесконечности коэффициента гидравлического сопротивления $\xi \rightarrow \infty$, а в области развитой турбулентности — методу, основанному на предельной заполненности подслоёв.

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

a	— константа диссипации;
b	— константа диффузии;
c	— безразмерная константа;
h	— высота турбулизатора, м;
k	— кинетическая энергия турбулентного пульсационного движения, m^2/c^2 ;
Nu	— число Нуссельта;
Nu _{гд}	— число Нуссельта для гладкой поверхности;
Pr	— число Прандтля;
Pr _г	— турбулентное число Прандтля;
R_0	— внутренний радиус трубы, м;
Re	— число Рейнольдса;
w_x	— аксиальная составляющая скорости, м/с;
\bar{w}_x	— среднерасходная скорость, м/с;
w_*	— динамическая скорость, м/с;

y	— поперечная координата, м;
y_0	— координата границы вязкого подслоя, м;
y_1	— координата границы пристенного слоя, м;
η	— безразмерная координата;
φ	— безразмерная скорость;
K	— константа для пути смещения;
ν	— кинематическая вязкость, m^2/c ;
ν_T	— турбулентная кинематическая вязкость, m^2/c ;
ρ	— плотность, kg/m^3 ;
τ	— напряжение трения, N/m^2 ;
ξ	— коэффициент сопротивления трению.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дрейцер Г.А., Лобанов И.Е. Моделирование изотермического теплообмена при турбулентном течении в каналах в условиях интенсификации теплообмена // Теплоэнергетика. 2003. № 1. С.54—60.
2. Дрейцер Г.А., Лобанов И.Е. Предельная интенсификация теплообмена в трубах за счет искусственной турбулизации потока // Инженерно-физический журнал. 2003. Т.76. № 1. С.46—51.
3. Дрейцер Г.А., Лобанов И.Е. Исследование предельной интенсификации теплообмена в трубах за счёт искусственной турбулизации потока // Теплофизика высоких температур. — 2002. Т.40. № 6. С.958—963.
4. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука. 1974. 712 с.
5. Webb R.L., Eckert E.R.G.. Loldstein Heat Transfer and friction in tubes with Repeated—Rib Ronghness // Int. J. Heat Mass Transfer. 1971. Vol.14. P.601—617.
6. Praudte L. Über ein neues Formelsystem für die ausgebildete Turbulenz // Nachrichten der Akad. Wiss. Göttingen, Mathphys. 1945. S.6.
7. Spolding D.B. Heat transfer for turbulent separated flows // I. Fluid. Mech. — 1967. Vol. 27. Part 1. P.97—109.
8. Мигай В.К. Интенсификация конвективного теплообмена в трубах и каналах теплообменного оборудования: Дисс. ... докт. техн. наук. Л., 1973. Т.1. 327 с. Т.2. 85 с.
9. Калинин Э.К., Дрейцер Г.А., Ярхо С.А. Интенсификация теплообмена в каналах. М.: Машиностроение, 1990. 208 с.
10. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979. 416 с.