

ОАО «Энергетический институт им Г.М. Кржижановского», Москва, Россия

## О МЕЛКОМАСШТАБНЫХ КВАЗИУПОРЯДОЧЕННЫХ СТРУКТУРАХ В РАЗВИТОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

### АННОТАЦИЯ

Для выявления мелкомасштабных квазиупорядоченных структур проводится с использованием вихревой модели турбулентности эвристический анализ известных фактов и соотношений гидродинамики развитой турбулентности несжимаемой вязкой жидкости. При этом диссипативный микромасштаб турбулентности Тэйлора по аналогии с радиусом Дебая в плазме трактуется как длина экранирования в турбулизованной среде гидродинамического влияния колмогоровского вихря. В рамках развиваемых представлений обосновывается соотношение, позволяющее определять число колмогоровских вихрей в единице объема, что весьма актуально в связи с проблемой образования конденсата в вихрях турбулентных течений пара.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Необходимость рассмотрения вопроса о микроструктуре турбулентности в контексте проблем теплообмена продиктована тем, что при описании, например, процессов объемной конденсации [1,2], процессов сжигания угольной пыли в топках энергетических котлов [3], столкновений частиц в газодисперсных турбулентных потоках [4], распространения пламени в турбулизованной предварительно перемешанной горючей газовой смеси [5] используются представления о мелкомасштабной структуре турбулентности.

Открытие когерентных структур, потребовавшее осознания турбулентности как состояния с крупномасштабными упорядоченными структурами (структурная стохастичность), побудило некоторых исследователей [2,6] предположить, что, возможно, на фоне стохастической составляющей турбулентности существуют также и мелкомасштабные упорядоченные структуры. Цель настоящей работы – подтвердить это предположение.

Вихревая трактовка, данная Ландау инварианту Лойцанского, пробудила интерес как у теоретиков, так и у экспериментаторов к вихревой природе турбулентности. Их трудами были заложены основы вихревой концепции турбулентности (структурная теория турбулентности). Наглядное подтверждение эта концепция получила в экспериментах с вертушкой. Вихревые представления являются идейной основой [7] получившего практическое воплощение метода интенсификации теплообмена путем создания искусственной турбулентности (завихрений).

В связи с тем что в проводимом ниже анализе

существенным образом используются результаты работ, посвященных структурной турбулентности, представляет интерес оценка [8] места и роли вихревой модели в адекватном подходе к описанию турбулентности. «В качественных рассуждениях вихрь может рассматриваться как типичная структура турбулентного течения, покрывающая умеренную полосу длин волн, так что крупные вихри и мелкие вихри могут существовать в одном и том же объеме жидкости. Эксперименты с визуализацией потока показали полезность этой концепции и трудность ее точного определения. В количественных работах используются уравнения для статистических средних, основанные на Фурье-анализе картины течения, и поскольку синусоидальные моды не имеют отношения к действительным модам (вихри, картины течения, области высокой завихренности...), суть физического процесса затемняется».

### 2. ФИЗИЧЕСКАЯ ТРАКТОВКА ДИССИПАТИВНОГО МИКРОМАСШТАБА ТУРБУЛЕНТНОСТИ ТЭЙЛОРА

Ниже наряду с «макроскопическим» бесструктурным описанием используется «микроописание», опирающееся на вихревую модель турбулентности, согласно которой турбулентное движение рассматривается как совокупное движение отдельных объемов среды (турбулентных вихрей), совершающих в потоке как поступательное, так и вращательное движения. Турбулентные вихри представляются в виде вращающихся цилиндров.

Рассматривается статистически стационарное полностью развитое турбулентное течение несжимаемой среды, для которого турбулентное число Рейнольдса  $Re = L U/v \gg 1$ . При больших числах Рейнольдса диссипация кинетической энергии турбулентности распределена в потоке случайно и крайне неоднородно (пятна интенсивной диссипации – эффект внутренней перемежаемости). Она сосредоточена главным образом в зонах, примыкающих к колмогоровским вихрям радиуса  $\eta = (v^3/\epsilon)^{1/4}$ . В случае развитой турбулентности диссипативный микромасштаб турбулентности Тэйлора  $\lambda$  занимает промежуточное положение между макроскопическим масштабом турбулентности  $L$  и масштабом Колмогорова  $\eta$ :  $\eta \ll \lambda \ll L$ .

В рамках «макроскопического» подхода пред-

ставление о физическом смысле  $\lambda$  можно составить, если в задаче о затухании приближенно однородной и изотропной турбулентности, возникающей в следе за решеткой, на которую набегает однородный поток без сдвига средней скорости, уравнение для кинетической энергии турбулентности представить в виде балансового уравнения между адвекцией и диссипацией  $dW/dx = -\alpha W$ ,  $\alpha \equiv 10\nu/\lambda^2 u$ .

Здесь  $W = U^2 u$  – поток турбулентной энергии, отнесенный к единице массы. Из имеющего такой же вид уравнения энергии радиоволны, распространяющейся в аэрозоле, трактуемом как квазисплошная среда, с поглощающими частицами можно определить эффективную длину поглощения волны. Длина называется эффективной, так как в рамках этого описания поглощаемая мощность размазана непрерывно по объему аэрозоля. Фактически же центрами диссипации электромагнитной энергии являются частицы. Параметр  $\lambda$ , по аналогии, также имеет смысл эффективной длины диссипации.

### 3. ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ДИССИПАТИВНАЯ ЯЧЕЙКА

В рассмотренном ранее примере из электродинамики можно считать, что диссипируемая мощность на макроуровне равномерно размазана по пространству лишь на расстояниях не превышающих длину поглощения. Аналогичное приближение справедливо в пределах масштаба  $\lambda$  и в случае турбулентности. Далее будет рассматриваться неразрывно связанная со средой цилиндрическая ячейка радиуса  $\lambda$ , в которой диссипируемая энергия распределена равномерно. Но так как реально диссипация связана с колмогоровскими вихрями, то ячейка должна содержать такой вихрь. Будем считать, что колмогоровский вихрь, имеющий форму цилиндра, располагается соосно внутри цилиндрической элементарной диссипативной ячейки. Других диссипирующих вихрей в ячейке нет. В самом деле, если допустить их присутствие, то возникнет странная ситуация: изменение их числа в ней никак не скажется на характерной длине диссипации  $\lambda$ , но подобное лишено физического смысла. Сказанное находится в согласии с экспериментальными данными, согласно которым диссипация энергии сконцентрирована в основном в достаточно малых изолированных областях, суммарный объем которых составляет небольшую долю от общего объема течения. Так как при макроскопическом подходе диссипация  $\epsilon$  непрерывно распределена в пространстве, а реальная диссипация связана с колмогоровскими вихрями, то каких-то пространственных областей, не принадлежащих ячейкам, быть не может. Это означает, что имеет место плотная упаковка диссипативных ячеек. Другими словами, в полностью развитом турбулентном потоке на фоне общего беспорядка проявляется порядок (ячеистая структура). В пользу этого говорит также тот факт, что

в [5] теоретическое описание распространения пламени в турбулентной предварительно перемешанной газовой горючей смеси удалось согласовать с экспериментом только, когда было принято, что колмогоровские вихри находятся друг от друга на расстоянии порядка  $\lambda$ .

Проводимое при макроскопическом описании равномерное размазывание диссипации по ячейке сродни приему гомогенизации, используемому в теории гетерогенного ядерного реактора на тепловых нейтронах.

При решении ряда проблем возникает необходимость учета физико-химических процессов (горение [5], конденсация [1,2]), происходящих в колмогоровских вихрях. Естественно, возникает вопрос об их количестве в единице объема  $N$ . Из изложенного выше ясно, что  $N \sim \lambda^{-3}$ . При определении числа степеней свободы развитого турбулентного потока [10] считается, что колмогоровские вихри плотно упакованы. В этом приближении  $N \sim \eta^{-3}$ , из сказанного следует, что это достаточно грубая оценка.

### 4. ЭКРАНИРОВАНИЕ КОЛМОГОРОВСКОГО ВИХРЯ

В виду того что вопрос о соотношении порядка и хаоса крайне важен [2,6], приведем еще одно обоснование модели диссипативной элементарной ячейки.

Диссипативный микромасштаб турбулентности Тэйлора связан с коэффициентом пространственной парной двухточечной корреляции  $R(r)$  между пульсациями скорости в точках, удаленных на расстояние  $r$  друг от друга, соотношением  $R(r) = 1 - (r/\lambda)^2$ . Для простоты различие между продольным и поперечным микромасштабами во внимание не принимается. График  $R(r)$  состоит из куска параболы, когда  $0 \leq r \leq \lambda$ , и бесконечного отрезка оси абсцисс, когда  $r > \lambda$ , ( $R(r) = 0$ ). Последнее означает, что спектр размеров вихрей, способных оказывать влияние на корреляцию, обрезан сверху длиной  $\lambda$  («фильтр» высоких частот). Такое возможно, если рассматривается объем с характерным размером  $\lambda$ . Он переносится более крупными вихрями как единое целое. Двухкратным дифференцированием  $R(r)$  получается выражение  $\lambda = \sqrt{2} \left[ -d^2 R(0)/dr^2 \right]^{-1/2}$  для определения  $\lambda$ . Из него видно, что точка, в которой вычисляется производная является привилегированной, элитарной по следующим причинам. 1) От определяемого в ней параметра  $\lambda$  зависит весь ход коэффициента корреляции. 2) Так как  $\lambda$  характеризует диссипацию, то эта точка принадлежит колмогоровскому (элементарному) вихрю (по соображениям симметрии она лежит на его оси). Таким образом  $R(r)$  описывает корреляцию индуцированного колмогоровским вихрем скоростного поля в турбулентной

среде. Из вида коэффициента корреляции явствует, что  $\lambda$  - это средний размер цилиндрической формы переносимого турбулентным потоком объема, в котором еще проявляется влияние элементарного вихря. Это означает, что и анализ коэффициента корреляции приводит к уже рассматривавшейся выше диссипативной ячейке.

Прежде чем анализировать систему: «элементарный вихрь в турбулентной диссипативной ячейке» рассмотрим уединенный пробный колмогоровский вихрь в безграничной нетурбулизованной среде.

В системе координат перемещающейся вместе с вихрем, окружающая жидкость покоится на бесконечности. Вращение вихря вызовет вращение прилегающих слоев среды. Совокупное вращательное движение описывается решением Бюргерса, хорошей аппроксимацией которого является тангенциальное течение типа комбинированного вихря Рэнкина. При этом все поле течения делится на две концентрические зоны. Центральная часть (колмогоровский вихрь) вращается как квазитвердое тело, а периферическая – по закону свободного (потенциального) вихря.

В турбулентной среде картина течения, создаваемая пробным вихрем, будет размываться прочими сосуществующими с ним вихрями фоновой турбулентности, являющейся постоянно действующим фактором. В турбулентном перемешивании области масштаба  $r$  могут принять участие вихри с размерами  $l \leq r$ . При этом наиболее эффективны вихри с  $l \approx r$ . Поэтому наибольший вклад в перемешивание (декорреляцию) ближайшей окрестности пробного вихря могли бы внести вихри с  $l \approx \eta$ . Это привело бы к существенному ослаблению корреляции (перемешивание этой зоны более крупными вихрями незначительно). Но вихрей с  $l \approx \eta$  в этой зоне быть не может, так как при  $r \ll \lambda$  коэффициент корреляции  $R(r) \approx 1$  (зона плато). В этой области имеет место не корреляционная связь, а детерминированная (функциональная), поле скоростей совпадает с регулярным полем, индуцированным одиночным вихрем в спокойной среде. Вообще, диссипирующих вихрей, помимо центрального, в ячейке нет. В самом деле, если бы они появились, то, согласно физическому смыслу диссипативного микромасштаба, это привело бы к уменьшению  $\lambda$ . Но  $\lambda$  зависит только от хода коэффициента корреляции в малой окрестности точки  $r=0$ . На ход  $R(r)$  в этой области могут повлиять лишь диссипирующие вихри. Но там их, как только что было показано, нет. Таким образом параметр  $\lambda$  измениться не может. Следовательно, сделанное предположение не реализуется и в ячейке находится лишь один - единственный колмогоровский вихрь.

С удалением от пробного вихря расширяется спектр вихрей, принимающих участие в эффективном перемешивании. Это приводит к тому, что упорядоченное индуцированное течение все более и более рендомизируется и на смену детерминирован-

ным закономерностям приходят стохастические. При этом корреляционные связи испытывают сильное ослабление и коэффициент корреляции стремится к нулю. Полный разрыв корреляционных связей при  $r = \lambda$  соответствует полностью перемешанной (хаотизированной) среде. Это состояние реализуется, если время перемешивания  $\tau = \Lambda^2/D$  гораздо меньше времени одного оборота  $T$  точки, лежащей на окружности радиуса  $\lambda$  (в задаче об одиночном вихре в спокойной среде). При проведении оценок было принято: все цилиндры представляют из себя цилиндрические ролики, высота которых равна их диаметру; характерная диффузионная длина диссипативной ячейки  $\Lambda = 0.348 \lambda$ ; коэффициент турбулентной диффузии описывается законом Ричардсона – Обухова  $D = 0.20 \epsilon^{1/3} \lambda^{4/3}$ . Тогда  $\tau/T \approx 0.05 (\eta/\lambda)^{4/3} \ll 1$ . Таким образом, на периферии диссипативной ячейки ( $r = \lambda$ ) выполняется условие хаотизации. Это означает, что физические оценки подтверждают выводы, сделанные на основании вида  $R(r)$ . Полученный результат обосновывает правильность выбора рассмотренной модели турбулентности. В [9] принято, что, когда  $0 \leq r \leq \lambda$ , то  $R(r) = 1$ . Из этого делается вывод о том, что объем с центром в точке  $M(r=0)$  и с размерами  $r \leq \lambda$  вращается как квазитвердое тело с угловой скоростью, совпадающей с угловой скоростью в малой окрестности точки  $M(r=0)$ . Применительно к рассматриваемому случаю это означает, что период вращения квазитвердого образования  $T$  будет равен периоду вращения колмогоровского вихря. Тогда  $\tau/T \approx 0.2 (\lambda/\eta)^{2/3}$ . Таким образом, в этом достаточно грубом приближении хаотизация не наступает.

В проведенном исследовании обращают на себя внимание общие черты (несмотря на различное физическое содержание), присущие проявлениям как элементарного (колмогоровского) вихря, так и электрического заряда. В частности, масштаб  $\lambda$  в турбулентной среде имеет смысл, сходный со смыслом радиуса Дебая в плазме. Гидродинамическое влияние элементарного вихря в турбулентной среде обрезается радиусом корреляции  $\lambda$ . Как в плазме, так и в турбулизованной среде экранирование носит коллективный характер (экранирование колмогоровского вихря осуществляется вихрями внутренней (имманентной) турбулентности, оказывающими деструктивное действие на поле скоростей его шлейфа). Причем, как в том, так и в другом случаях экранирование не существенно при  $r \ll \lambda$ . Таким образом, оказывается, что микромасштаб Тэйлора в турбулентной среде играет роль, похожую на роль радиуса Дебая в плазме. Поэтому следует трактовать  $\lambda$  как длину экранирования гидродинамического влияния вихря Колмогорова в турбулентной жидкости. Вопрос об экранировке в духе Дебая-Хюккеля в системе вихревых нитей обсуждался Рюзлем [2].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выявлена качественная особенность предмета исследования, связанная с проявлениями порядка в «большом» и в «малом» в хаотической случайной среде, каковой является полностью развитое турбулентное течение. Порядок в «малом» - это упорядоченное тангенциальное течение в ближней окрестности колмогоровского вихря. Порядок в «большом» - это ячеистая структура, проявляющаяся в квазиупорядоченном расположении колмогоровских вихрей. (структурность в случайной среде).

Показано, что вопрос о трактовке диссипативного микромасштаба турбулентности Тэйлора  $\lambda$  - это вопрос уровня описания структуры турбулизованной среды. На «макроуровне»  $\lambda$  - это эффективная длина диссипации турбулентной энергии, а на «микроуровне» - это радиус экранирования гидродинамического влияния колмогоровского вихря в турбулентной среде, своеобразный аналог радиуса Дебая в плазме.

Представления о мелкомасштабной структуре турбулентности, приведенные в настоящем исследовании, необходимы при описании процессов объемной конденсации, описании, например, химических процессов преобразования различных веществ при сжигания угольной пыли в топках энергетических котлов и других случаях.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 05 08 01512.

## СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

- Re - турбулентное число Рейнольдса;  
 $L$  - внешний (интегральный) масштаб турбулентности, м;  
 $U$  - среднеквадратичная скорость турбулентных пульсаций, м/с;  
 $\nu$  - кинематическая вязкость среды, м<sup>2</sup>/с;  
 $\eta$  - масштаб Колмогорова, м;  
 $\varepsilon$  - средняя пульсационная энергия, рассеиваемая в единице массы в единицу времени, м<sup>2</sup>/с<sup>3</sup> ;

- $\lambda$  - диссипативный микромасштаб турбулентности Тэйлора, м;  
 $u$  - прекия скорости потока на ось  $Ox$ , направленную вдоль него, м/с;  
 $W$  - плотность потока турбулентной энергии, переносимой осредненным течением, м<sup>3</sup>/с<sup>3</sup>;  
 $r$  - расстояние между точками  $M(r=0)$  и  $N(r)$ , м;  
 $R(r)$  - коэффициент пространственной парной двухточечной корреляции между пульсациями скорости в точках, разнесенных на расстояние  $r$  ;  
 $N$  - число колмогоровских вихрей в единице объема, м<sup>-3</sup>;  
 $\tau$  - время турбулентного перемешивания, с;  
 $T$  - время одного оборота точки, лежащей на окружности радиуса  $\lambda$ , с ;  
 $\Lambda$  - диффузионная длина диссипативной ячейки, м;  
 $D$  - коэффициент турбулентной диффузии, м<sup>2</sup>/с.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дейч М.Е., Филиппов Г.А. Газодинамика двухфазных сред. М.: Энергоиздат, 1981. 472 с.
2. Фриш У. Турбулентность. Наследие А.Н. Колмогорова. М.: ФАЗИС, 1998. 346 с.
3. Волков Э.П., Зайчик Л.И., Першуков В.А. Моделирование горения твердого топлива. М.: Наука, 1994. 320 с.
4. Деревич И.В. Столкновения частиц в турбулентном потоке//Известия РАН. МЖГ. 1996. №2. С. 104-116.
5. Abdel-Gayed R.G., Bradley D. A two-eddy theory of pre mixed turbulent flame propagation// Phil.Trans.Roy.Soc. 1981. V.301. N A 1457. P. 1-24.
6. Белоцерковский О.М., Опарин А.М., Четкин В.М. Турбулентность: новые подходы. М.: Наука, 2003. 286 с.
7. Исаев С.А., Леонтьев А.И., Баранов П.А. и др. Численный анализ влияния вязкости на вихревую динамику при ламинарном отрывном обтекании лунки на плоскости с учетом ее асимметрии// ИФЖ. 2001.Т. 74, № 3. С. 484 -490.
8. Турбулентность/ П. Брэдшоу, Т. Себеси, Г.Г. Фернгольц и др.; Под ред. П. Брэдшоу. М.: Машиностроение, 1980. 344 с.
9. Фортъе А. Механика суспензий. М.: Мир, 1971. 268 с.
10. Климонтович Ю.Л. Статистическая физика. М.: Наука, 1982. 608 с.